

Máquinas de Turing Divisor de Números Inteiros

Junho/2008

Prof. Carlos Henrique Ribeiro

Carlos Breviglieri Jr

Ricardo Cezar Rodrigues

Thiago Pena Kinoshita

Wagner Silva

Wellington Vergilio Fortes

1. Especificação do Problema	3
Enunciado.....	3
Números Inteiros	3
Entrada	3
Saída	4
2. Idéia da Solução	4
3. Visão Geral da Implementação	5
i. Cadeia Inicial	5
ii. Separação do quociente.....	5
iii. Determinação do sinal do quociente	5
iv. Cálculo da divisão.....	5
v. Limpeza dos campos não-necessários na resposta	6
vi. Delimitação da cadeia de saída	6
vii. Deslocamento da resposta à esquerda.....	6
viii. Cadeia Final	6
4. Outros exemplos – visão geral.....	7
Exemplo 1: $7/3$	7
Exemplo 2: $7/0$	7
Exemplo 3: $4/2$	7
Exemplo 4: $-7/3$	8
Exemplo 5: $2/-3$	8
Exemplo 6: $-2/3$	8
5. Diagrama de Transições Completo	9
6. Descrição das Transições.....	10
Diagrama de Transições com Funções.....	11
Função_1: Escreve símbolo separador '1' ao final da cadeia	11
Função_1: Escreve símbolo separador '1' ao final da cadeia	12
Função_2: Determina o sinal do quociente	13
Função_9: Substitui cada algarismo do denominador por 'X' e do numerador por 'Y'	15
Função_3: Divisão com Numerador Zero	17
Função_4: Acrescenta uma unidade ao quociente (Escreve '0' no final da cadeia)	18
Função_5: Desfaz substituições de 'X' e 'Y'	19
Função_6: Apaga o denominador e verifica se o quociente é zero	21
Função_7: Trata a Divisão por zero	23
Função_8: Acrescenta '\$' ao final e Desloca à Esquerda.....	24
7. Execução Passo-a-passo	27
7.1. $3/2$	27
7.2. $4/-2$	31
7.3. $0/3$	38
7.4. $0/0$	40
7.5. $-4/3$	42
7.6. $-2/-2$	49
7.7. $--3/2$	54
8. Outros Resultados	55
9. Conclusão.....	56

1. Especificação do Problema

Enunciado

Projetar e implementar máquina de Turing para executar divisão de números inteiros.

Entrada: x , y e **inteiros**, separados por um símbolo específico.

Saída: parte inteira de x/y e resto de x/y , separados por um símbolo específico.

Números Inteiros

A representação unária é utilizada para expressar os números inteiros, conforme a tabela a seguir:

Decimal	Unária
4	0000
3	000
2	00
1	0
0	@
-1	-0
-2	-00
-3	-000
-4	-0000

Os números negativos são precedidos pelo sinal '-' e os positivos não possuem sinal (não há sinal '+'). O número zero possui um símbolo especial '@'.

Entrada

A entrada possui o seguinte formato:

<Delimitador de cadeia><Denominador><Separador><Numerador>BBBBB...

Onde:

<Delimitador de cadeia> = \$

<Separador> = 1

<Numerador> e <Denominador> são números inteiros representados na base unária.

Exemplos:

\$00010000000BBBBBBB	7/3
\$001-0000BBBBBBBBBB	-4/2
\$-0000100000BBBBBBB	5/-4
\$0001@BBBBBBBBBBBBBB	0/3

Saída

A saída possui o seguinte formato:

<Delimitador de cadeia><Resto><Separador><Quociente><Delimitador de cadeia>

Onde:

<Delimitador de cadeia> = \$

<Separador> = 1

<Resto> e <Quociente> são números inteiros representados na base unária.

No caso de divisão por zero, o <Quociente> assume o valor especial '#’.

Exemplos:

\$0100\$	Resto=1	Quociente=2
\$@1-00\$	Resto=0	Quociente=-2
\$01-0\$	Resto=1	Quociente=-1
\$0001@\$	Resto=3	Quociente=0

2. Idéia da Solução

A MT projetada usa o princípio de subtrair o denominador do numerador tantas vezes quantas forem possíveis. O quociente é o número de subtrações realizadas. O resto é o valor que sobrar após a última subtração. Assim, temos:

Exemplo: 11 / 2

11 - 2 = 9	} 5 subtrações: Quociente = 5
9 - 2 = 7	
7 - 2 = 5	
5 - 2 = 3	
3 - 2 = 1	
	→ Resto = 1

3. Visão Geral da Implementação

A MT projetada para calcular a divisão de números inteiros possui basicamente seis etapas:

- Separação do campo do quociente
- Determinação do sinal do quociente
- Cálculo da divisão
- Limpeza dos campos não-necessários na resposta
- Delimitação da cadeia de saída
- Deslocamento da resposta à esquerda

Exemplo: -7 / 2

i. Cadeia Inicial

\$001-0000000BBBBBBBB

A cadeia de entrada possui basicamente dois campos, o denominador ('2' neste exemplo) e o numerador ('-7' neste exemplo), separados pelo símbolo '1'. O primeiro símbolo da cadeia de entrada é o símbolo especial '\$'.

ii. Separação do quociente

\$001-00000001BBBBBBBB

Nesta etapa, o primeiro 'B' é substituído pelo símbolo separador '1'. Com isso, cria-se um terceiro campo, onde será escrito o quociente.

iii. Determinação do sinal do quociente

\$001-00000001-BBBBBBB

O sinal do quociente é colocado no primeiro campo, caso um dos números de entrada seja positivo e o outro negativo. Caso contrário, não escreve nada.

iv. Cálculo da divisão

\$001-YYYYYY01-000BBBB

Durante o cálculo da divisão, os algarismos do denominador e numerador são substituídos por símbolos auxiliares 'X' e 'Y'. O quociente é colocado ao final da cadeia, no terceiro campo. O resto é a parte do numerador que não foi consumida (transformada em 'Y') pelo processo da divisão.

O cálculo da divisão propriamente dita é feita usando a seguinte lógica:

- Marque cada algarismo do denominador (com um 'X') e, para cada um, retire um algarismo do denominador (marcando-o com um 'Y').
- Quando todos os algarismos do denominador estiverem marcados, acrescente uma unidade ao quociente.

- Retire a marcação do denominador e repita o processo, até que o numerador seja menor do que o denominador, ou seja, até que não haja mais algarismos suficientes no numerador para serem marcados. O resto é a quantidade de unidades que sobram no numerador.

v. Limpeza dos campos não-necessários na resposta

\$~~BBB~~-~~BBBBBB~~01-000~~BBBB~~

O denominador, o primeiro símbolo separador '1' e a parte consumida do numerador não fazem parte da resposta. Por isso, são apagados.

vi. Delimitação da cadeia de saída

\$~~BBB~~-~~BBBBBB~~01-000\$~~BBB~~

Ao final da cadeia, é inserido o símbolo especial '\$', que delimita o final da resposta.

vii. Deslocamento da resposta à esquerda

\$-01-000\$~~BBBBBBBBBBBBBB~~

A cadeia é deslocada para a esquerda, de modo a ficar no começo da fita.

viii. Cadeia Final

\$-01000\$~~BBBBBBBBBBBBBB~~

A cadeia final fica toda à esquerda, delimitada pelo símbolo '\$' no início e no final. Primeiro aparece o resto ('-1' neste exemplo) e depois o quociente ('-3' neste exemplo).

4. Outros exemplos – visão geral

A seguir, são apresentados alguns exemplos com as macro-operações e uma descrição. Os exemplos incluem casos simples como o já mostrado e também alguns casos especiais, como divisão por zero, divisão exata (que requer a inclusão do zero no campo de resto) e divisão com quociente zero (que requer a inclusão do zero no campo de quociente).

Exemplo 1: 7/3

Entrada: '\$' denominador '1' numerador BBB...

\$0001000000BBBB...	0. Entrada
\$0001000000 1 BBB...	1. Coloca '1' no final da entrada, ou seja, no lugar do primeiro 'B'.
\$XXX1YYY 00001BBB...	2. A cada algarismo do denominador, substitui por 'X' e o numerador substitui por 'Y'.
\$XXX1YYY0000 10 BB...	3. Quando terminar, escreve um '0' no final, ou seja, no lugar do primeiro 'B'.
\$0001YYY 000010BB...	4. Volta os 'X' para '0'
\$0001YYY YYY 0100B...	5. Refaz os passos 2,3 e 4.
\$XX 01YYYYYY Y 100B...	6. Ao tentar novamente o passo 2, não vai encontrar '0' para substituir por 'Y'.
\$00 1YYYYYY 0 100B...	7. Volta os últimos 'Y' e os 'X' para '0'.
\$BBBBBBBBBB 0100B...	8. Escreve 'B' sobre os algarismos desnecessários. Resposta: resto=1 e quociente=2.
\$BBBBBBBBBB0100 \$...	9. Escreve '\$' no final da cadeia.
\$0100\$ BBBBBBBBBB...	10. Desloca o resultado para a esquerda.

Exemplo 2: 7/0

\$@10000000BBBB...	0. Entrada
\$@10000000 1 BBB...	1. Escreve '1' no final.
\$B 100000001BBB...	2. Apaga '@'
\$BB 00000001BBB...	3. Apaga o primeiro '1'
\$BB 00000001 # BB...	4. Escreve '#' no quociente
\$BB 00000001 # \$ B...	5. Escreve '\$' no final da cadeia
\$0000001# \$ BBB...	6. Desloca o resultado para a esquerda.

Exemplo 3: 4/2

\$0010000BBBBBB...	0. Entrada
\$0010000 1 BBBBBB...	1. Escreve '1' no final.
\$XX1YY 001BBBBBB...	2. A cada algarismo do denominador, substitui por 'X' e o numerador substitui por 'Y'.
\$XX1YY001 0 BBB...	3. Quando terminar, escreve um '0' no final, ou seja, no lugar do primeiro 'B'.
\$00 1YY0010BBB...	4. Volta os 'X' para '0'
\$XX 1YY YY 100BB...	5. Refaz os passos 2,3 e 4.
\$X 01YYYY100BB...	6. Ao tentar novamente o passo 2, não vai encontrar '0' para substituir por 'Y'.
\$00 1YYYY100BB...	7. Volta os últimos 'Y' e os 'X' para '0'.
\$BBBBBB 100BB...	8. Escreve 'B' sobre os algarismos desnecessários.
\$BBBBBB@100BB...	9. Escreve '@' no Resto.
\$BBBBBB@100 \$ B...	10. Escreve '\$' no final da cadeia.
\$@100\$ BBBBBBB...	11. Desloca o resultado para a esquerda.

Exemplo 4: -7/3

\$0001-0000000BBBBB...	0. Entrada
\$0001-0000000 1 BBBBB...	1. Escreve '1' no final.
\$0001-0000000 1 -BBB...	2. Escreve o sinal do quociente.
\$0001- YYYYYY 01- 00 B...	3. Faz a divisão como no exemplo exemplo 1.
\$ BBBB - BBBBBB 01-00B...	4. Apaga o denominador, o separador e a parte exata do numerador.
\$BBBB-BBBBBB01-00 \$...	5. Escreve '\$' no final.
\$- 01-00 \$ BBBBBBBBBBB...	6. Desloca o resultado para a esquerda.

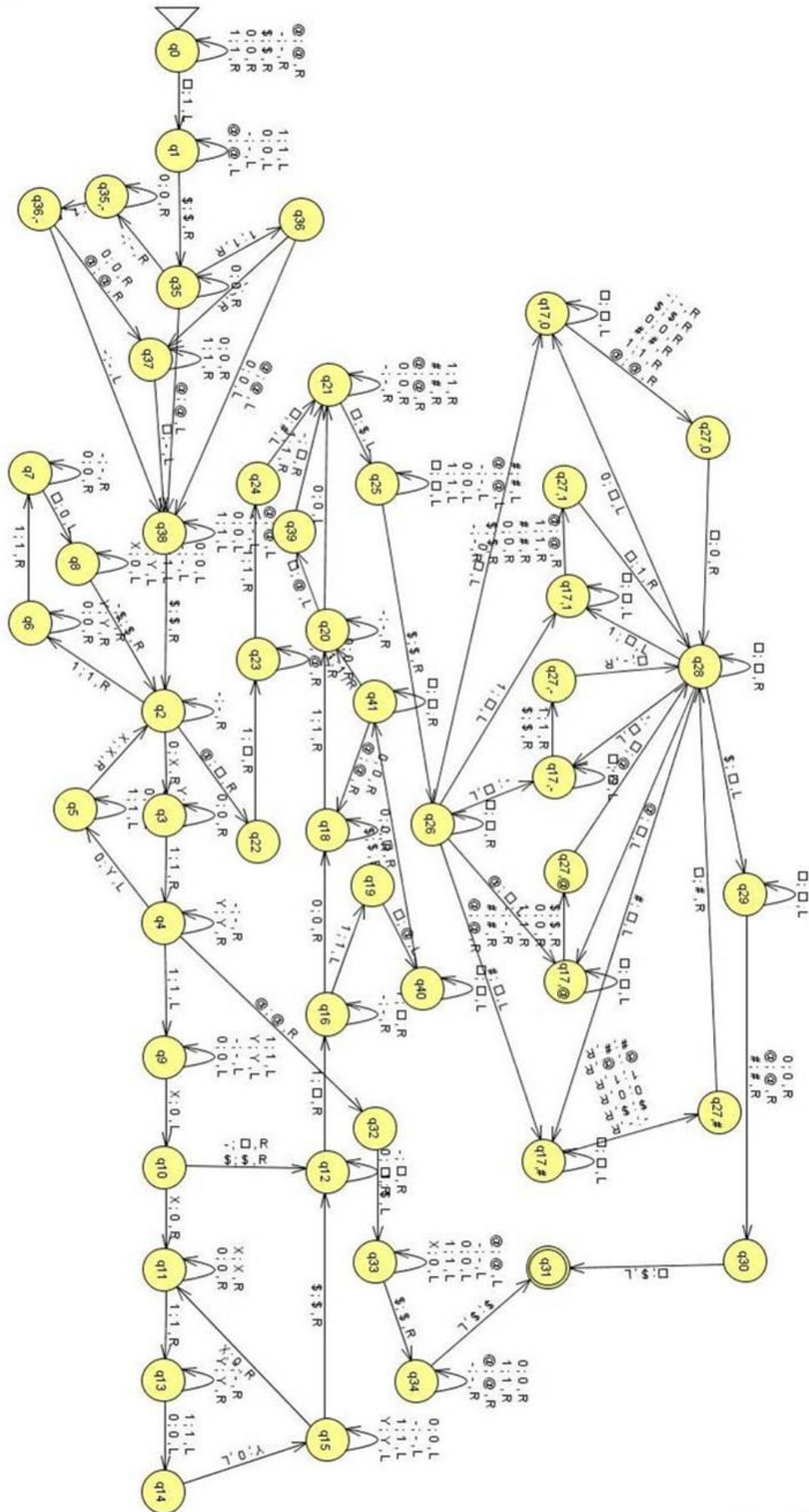
Exemplo 5: 2/-3

\$-000100BBBBBBBBBB...	0. Entrada
\$-000100 1 BBBBBBBBBB...	1. Escreve '1' no final.
\$-000100 1 -BBBBBBBBBB...	2. Escreve o sinal do quociente.
\$- XX 01 YY 1-BBBBBBBB...	3. Substitui denominador por 'X' e numerador por 'Y'.
\$- XXX 1 YY 1-BBBBBBBB...	4. Não encontra '0' para substituir por 'Y'. (mesma situação do exemplo 1 passo 6, porém ainda não escreveu nenhum algarismo no final, ou seja, o quociente é zero!)
\$- 000100 1-BBBBBBBB...	5. Volta os últimos 'Y' e os 'X' para '0'. (passo 7 do exemplo 1)
\$-0001001 @ BBBBBBBBBB...	6. Escreve zero no final (sobrescreve o sinal).
\$ BBBBB 001 @ BBBBBBBBBB...	7. Apaga o denominador e o separador. (Não há 'Y' para apagar)
\$BBBBB001 @ \$ BBBBBBBBBB...	8. Escreve '\$' no final.
\$ 001 @ \$ BBBBBBBBBBBBBB...	9. Desloca o resultado para a esquerda.

Exemplo 6: -2/3

\$0001-00BBBBBBBBBBBB...	0. Entrada
\$0001-00 1 BBBBBBBBBBBB...	1. Escreve '1' no final.
\$0001-00 1 -BBBBBBBBBB...	2. Escreve o sinal do quociente.
\$ XX 01- YY 1-BBBBBBBBBB...	3. Substitui denominador por 'X' e numerador por 'Y'.
\$ XXX 1- YY 1-BBBBBBBBBB...	4. Não encontra '0' para substituir por 'Y'. (mesma situação do exemplo 1 passo 6, porém ainda não escreveu nenhum algarismo no final, ou seja, o quociente é zero!)
\$ 000 1- 00 1-BBBBBBBBBB...	5. Volta os últimos 'Y' e os 'X' para '0'. (passo 7 do exemplo 1)
\$000-001- @ BBBBBBBBBB...	6. Escreve zero no final (sobrescreve o sinal).
\$ BBBB -001 @ BBBBBBBBBB...	7. Apaga o denominador e o separador. (Não há 'Y' para apagar)
\$BBBB-001 @ \$ BBBBBBBBBB...	8. Escreve '\$' no final.
\$- 001 @ \$ BBBBBBBBBBBBBB...	9. Desloca o resultado para a esquerda.

5. Diagrama de Transições Completo



6. Descrição das Transições

$\Sigma = \{\$, 0, 1, -, @\}$

$\Gamma = \{\$, 0, 1, -, @, B, \#, X, Y\}$

$\$$: delimitador da cadeia

1: separador

-: sinal negativo

@: zero

B: *blank*

#: divisão por zero

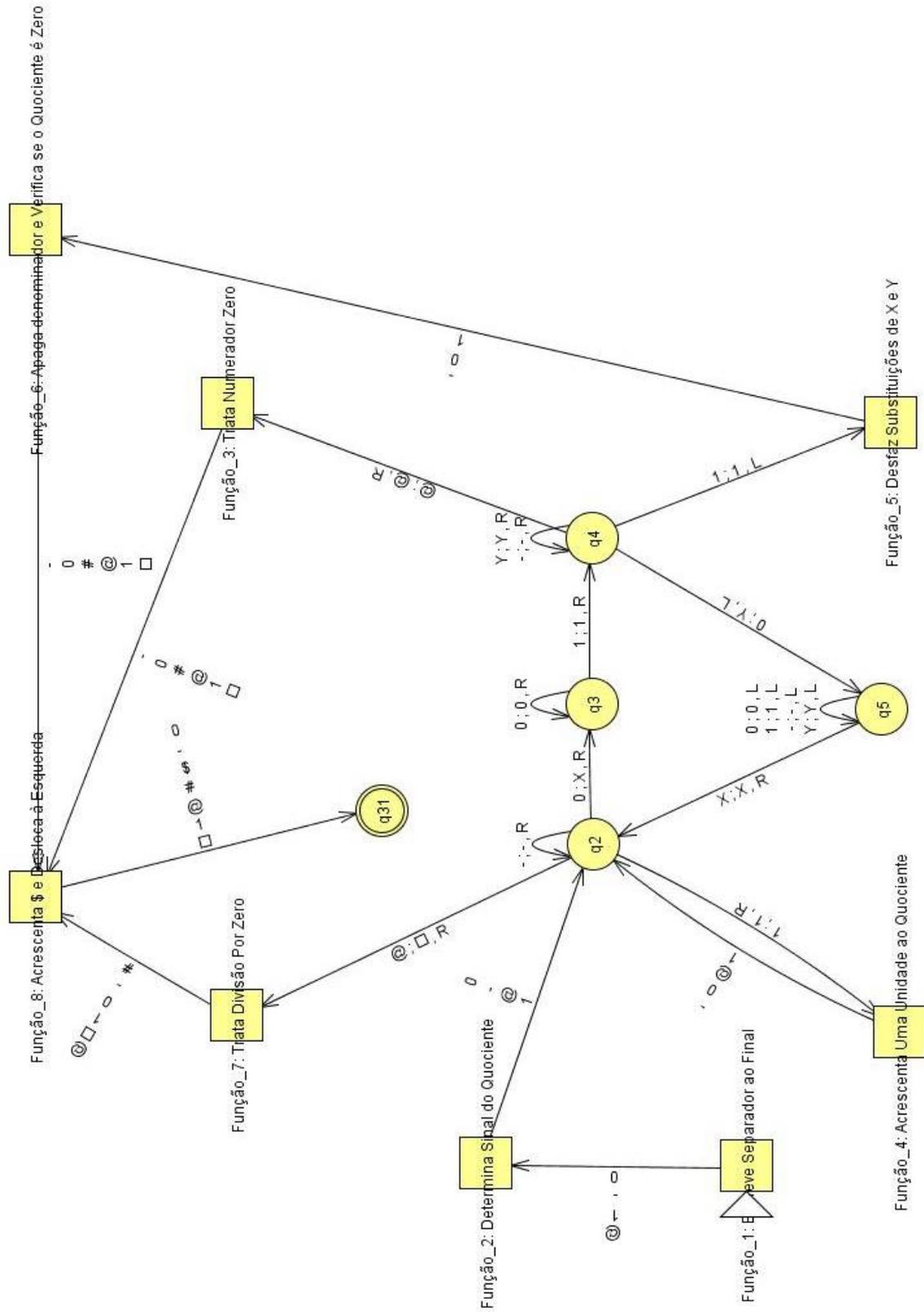
X: símbolo auxiliar que substitui os algarismos do denominador.

Y: símbolo auxiliar que substitui os algarismos do numerador.

Observação: o software JFlap possui um símbolo default para *blank*, que é o '□'. Dessa forma, na figuras retiradas do JFlap, 'B' será sempre substituído por '□'.

O diagrama completo mostrado no item anterior é bastante poluído. Para facilitar o entendimento e a visualização, utiliza-se o recurso de blocos, que permite criar sub-rotinas e utilizá-las dentro de um contexto maior. A seguir, são apresentadas as descrições das transições juntamente com um diagrama de cada função, a fim de facilitar a compreensão do funcionamento da máquina.

Diagrama de Transições com Funções



Função_1: Escreve símbolo separador '1' ao final da cadeia

Em **q0**, lendo '-', '\$', '@', '0' ou '1', move para a direita.

- $\delta(q_0, -) = (q_0, -, R)$
- $\delta(q_0, \$) = (q_0, \$, R)$
- $\delta(q_0, @) = (q_0, @, R)$
- $\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, R)$
- $\delta(q_0, 1) = (q_0, 1, R)$

Lendo 'B', escreve '1', vai para q1 e move para a esquerda. (Chegou ao final da cadeia de entrada)

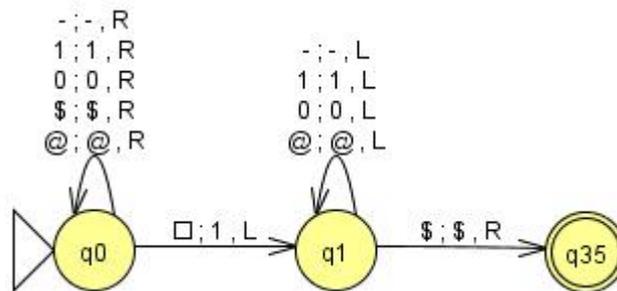
- $\delta(q_0, B) = (q_1, 1, L)$

Em **q1**, lendo '-', '@', '0' ou '1', move para a esquerda. (Volta para o início)

- $\delta(q_1, -) = (q_1, -, L)$
- $\delta(q_1, @) = (q_1, @, L)$
- $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, L)$
- $\delta(q_1, 1) = (q_1, 1, L)$

Lendo '\$', vai para q35 e move para a direita. (Chegou ao início)

- $\delta(q_1, \$) = (q_{35}, \$, R)$



Função_2: Determina o sinal do quociente

Em **q35**, lendo '0', ou '@', move para a direita.

(denominador positivo)

$\delta(q35,0)=(q35,0,R)$

Lendo '1', vai para q36 e move para a direita.

(denominador positivo, vai começar a ler o numerador)

$\delta(q35,1)=(q36,1,R)$

Lendo '-', vai para [q35,-] e move para a direita.

(denominador negativo)

$\delta(q35,-)=([q35,-],-,R)$

Lendo '@', vai para q38 e move para a esquerda

(denominador zero, não precisa escrever sinal)

$\delta(q35,@)=(q38,@,L)$

Em **[q35,-]**, lendo '0' move para a direita. (denominador negativo, ainda lendo denominador)

$\delta([q35,-],0)=([q35,-],0,R)$

Lendo '1', vai para [q36,-] e move para a direita.

(denominador negativo, vai começar a ler o numerador)

$\delta([q35,-],1)=([q36,-],1,R)$

Em **q36**, lendo '0' ou '@', vai para q38 e move para a esquerda. (numerador também positivo, quociente positivo, não precisa escrever sinal, volta para o começo)

$\delta(q36,0)=(q38,0,L)$

$\delta(q36,@)=(q38,@,L)$

Lendo '-', vai para q37 e move para a direita

(numerador negativo, quociente negativo, vai procurar o final)

$\delta(q36,-)=(q37,-,R)$

Em **[q36,-]**, lendo '-' vai para q38 e move para a esquerda. (numerador também negativo, quociente positivo, não precisa escrever sinal, volta para o começo)

$\delta([q36,-],-)=(q38,-,L)$

Lendo '0' ou '@', vai para q37 e move para a direita

(numerador positivo, quociente negativo, vai procurar o final)

$\delta([q36,-],0)=(q37,0,R)$

$\delta([q36,-],@)=(q37,@,R)$

Em **q37**, lendo '0' ou '1', vai para a direita. (procura o final)

$\delta(q37,0)=(q37,0,R)$

$\delta(q37,1)=(q37,1,R)$

Lendo 'B', escreve '-', vai para q1 e move para a esquerda. (escreve o sinal do quociente e volta para o começo)

$\delta(q37,B)=(q38,-,L)$

CT200 – Projeto - Máquinas de Turing

Em **q38**, lendo '-', '@', '0' ou '1', move para a esquerda.
(Volta para o início)

$\delta(q38, -) = (q38, -, L)$

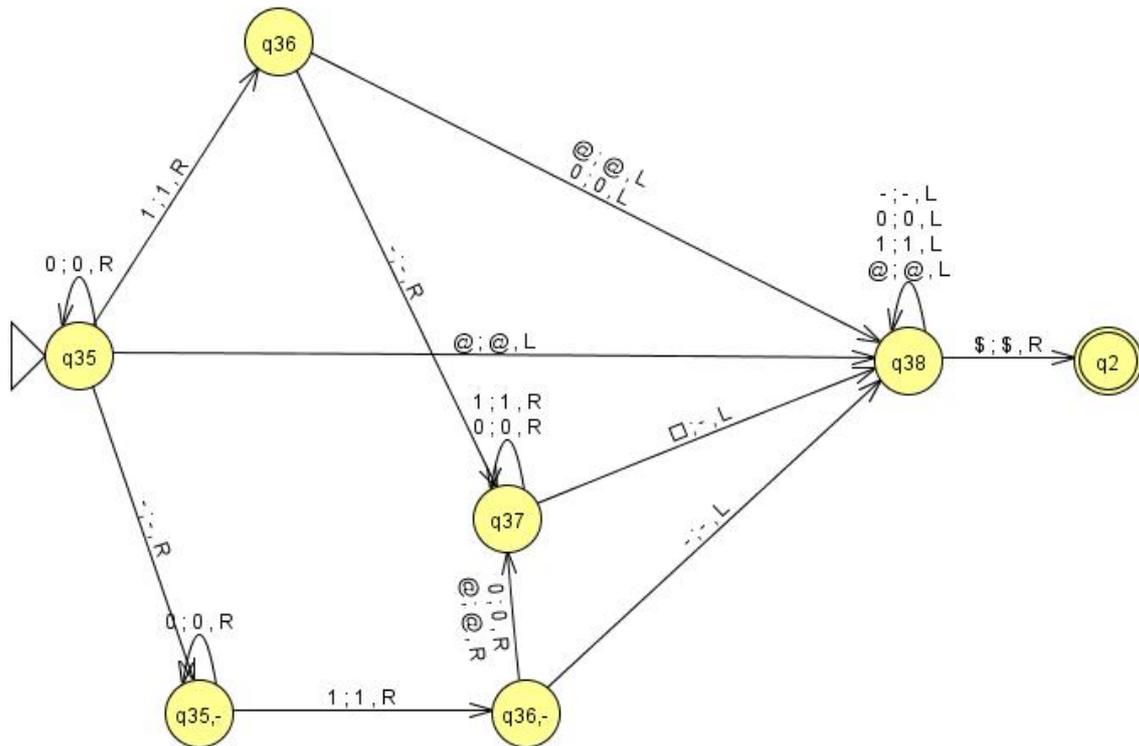
$\delta(q38, @) = (q38, @, L)$

$\delta(q38, 0) = (q38, 0, L)$

$\delta(q38, 1) = (q38, 1, L)$

Lendo '\$', vai para q2 e move para a direita. (Chegou ao início)

$\delta(q38, \$) = (q2, \$, R)$



Função_9: Substitui cada algarismo do denominador por 'X' e do numerador por 'Y'

Em **q2**, lendo '0' substitui por 'X', vai para q3 e move para a direita. (Substitui algarismo do denominador '0' por 'X')

$\delta(q2,0)=(q3,X,R)$

Lendo '1', vai para q6 e move para a direita.

(Acabaram os algarismos do denominador)

$\delta(q2,1)=(q6,1,R)$

Lendo '@', escreve 'B', vai para q22 e move para a direita. (divisão por zero)

$\delta(q2,@)=(q22,B,R)$

Lendo '-', move para a direita.

$\delta(q2,-)=(q2,-,R)$ OBS: vai aceitar vários sinais '-----'

Em **q3**, lendo '0', move para a direita. (Procurando por algarismos do Numerador)

$\delta(q3,0)=(q3,0,R)$

Lendo '1', vai para q4 e move para a direita. (Próximo símbolo pertence ao numerador)

$\delta(q3,1)=(q4,1,R)$

Em **q4**, lendo '0' substitui por 'Y', vai para q5 e move para a esquerda. (Substitui algarismo do numerador '0' por 'Y')

$\delta(q4,0)=(q5,Y,L)$

Lendo '-', move para a direita.

$\delta(q4,-)=(q4,-,R)$ OBS: vai aceitar vários sinais '-----'

Lendo '1', vai para q9 e move para a esquerda.

(Acabaram os algarismos do numerador)

$\delta(q4,1)=(q9,1,L)$

Lendo 'Y', move para a direita. (Procura por algarismo do numerador)

$\delta(q4,Y)=(q4,Y,R)$

Lendo '@', vai para q32 e move para a direita.

(Divisão de 0 como numerador, falta só arrumar a saída.)

$\delta(q4,@)=(q32,@,R)$ OBS: vai aceitar '-0'

Em **q5**, lendo '0', '1', 'Y' ou '-', move para a esquerda. (Volta para o início)

$\delta(q5,0)=(q5,0,L)$

$\delta(q5,1)=(q5,1,L)$

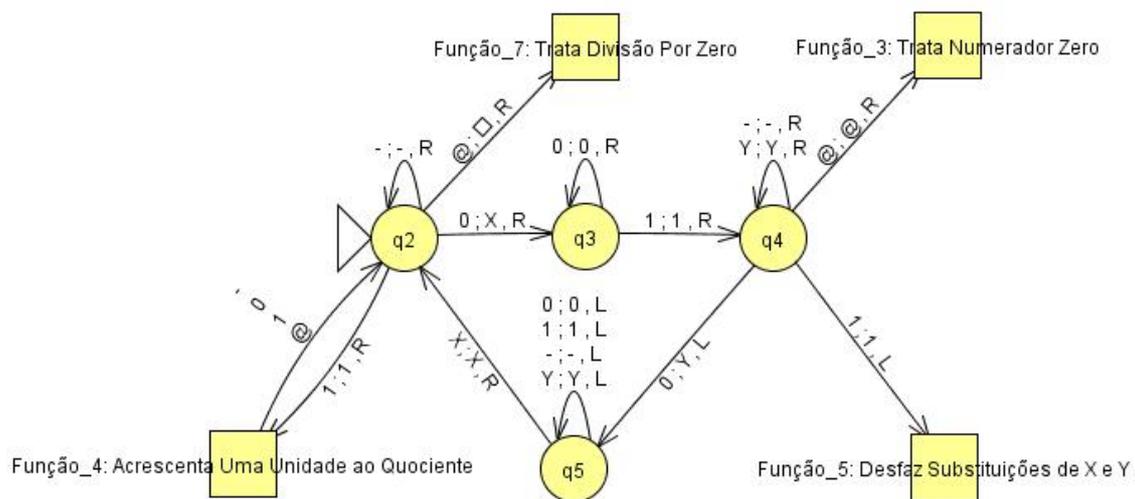
$\delta(q5,Y)=(q5,Y,L)$

$\delta(q5,-)=(q5,-,L)$

Lendo 'X', vai para q2 e move para a direita.

(Encontrou o último algarismo do denominador já substituído, vai para o seguinte).

$\delta(q5,X)=(q2,X,R)$



Função_3: Divisão com Numerador Zero

Em **q32**, lendo '1' substitui por '\$', vai para q33 e move para a esquerda. (Substitui o separador '1' por '\$', pois o denominador não será apagado)

$$\delta(q32,1)=(q33,\$,L)$$

Em **q33**, lendo '0', '@', '1' ou '-', move para a esquerda.

$$\delta(q33,0)=(q33,0,L)$$

$$\delta(q33,1)=(q33,1,L)$$

$$\delta(q33,@)=(q33,@,L)$$

$$\delta(q33,-)=(q33,-,L)$$

Lendo 'X', escreve '@' e move para a esquerda. (como o numerador é zero, o resto tem que ser zero)

$$\delta(q33,X)=(q33,@,L)$$

Lendo '\$', vai para q34 e move para a direita. (Chegou ao começo da cadeia, agora vai para o final)

$$\delta(q33,\$)=(q34,\$,R)$$

Em **q34**, lendo '@', move para a direita. (procura o fim da cadeia)

$$\delta(q34,@)=(q34,@,R)$$

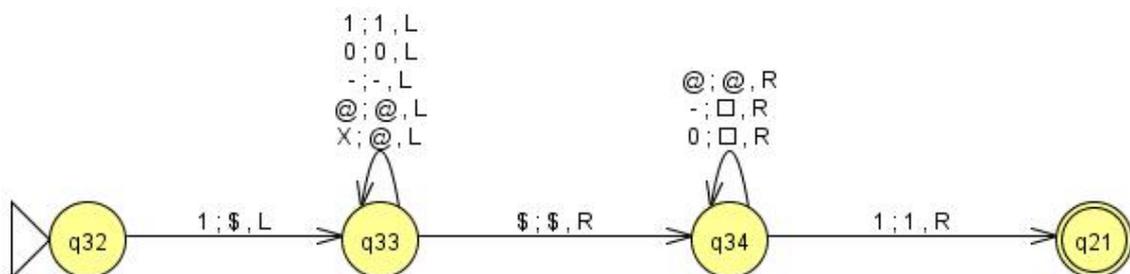
Lendo '0' ou '-', escreve 'B' e move para a direita.

$$\delta(q34,0)=(q34,B,R)$$

$$\delta(q34,-)=(q34,B,R)$$

Lendo '1', vai para q21 e move para a direita.

$$\delta(q34,1)=(q21,1,R)$$



Função_4: Acrescenta uma unidade ao quociente (Escreve '0' no final da cadeia)

Em **q6**, lendo 'Y', '0' ou '-', move para a direita.

(Procurando o final)

$$\delta(q6, Y) = (q6, Y, R)$$

$$\delta(q6, 0) = (q6, 0, R)$$

$$\delta(q6, -) = (q6, -, R)$$

Lendo '1', vai para q7 e move para a direita.

(Encontrou o fim do numerador, início do quociente)

$$\delta(q6, 1) = (q7, 1, R)$$

Em **q7**, lendo '0' ou '-', move para a direita. (Procurando o final)

$$\delta(q7, 0) = (q7, 0, R)$$

$$\delta(q7, -) = (q7, -, R)$$

Lendo 'B', escreve '0', vai para q8 e move para a esquerda. (Encontrou o final da cadeia, escreve um algarismo do quociente)

$$\delta(q7, B) = (q8, 0, L)$$

Em **q8**, lendo '0', '1', 'Y' ou '-', move para a esquerda.

(Voltando para o início)

$$\delta(q8, 0) = (q8, 0, L)$$

$$\delta(q8, 1) = (q8, 1, L)$$

$$\delta(q8, Y) = (q8, Y, L)$$

$$\delta(q8, -) = (q8, -, L)$$

Lendo 'X', escreve '0' e move para a esquerda.

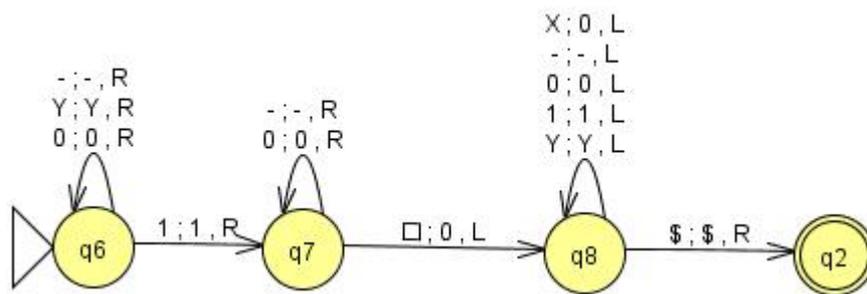
(Restaura 'X' para '0')

$$\delta(q8, X) = (q8, 0, L)$$

Lendo '\$' vai para q2 e move para a direita.

(Encontrou o início)

$$\delta(q8, \$) = (q2, \$, R)$$



Função_5: Desfaz substituições de 'X' e 'Y'

Em **q9**, lendo '0', '1', 'Y' ou '-', move para a esquerda.
(Procura 'X')

$\delta(q9,0)=(q9,0,L)$
 $\delta(q9,1)=(q9,1,L)$
 $\delta(q9,Y)=(q9,Y,L)$
 $\delta(q9,-)=(q9,-,L)$

Lendo 'X', escreve '0', vai para q10 e move para a esquerda. (Desfaz a última substituição de '0' por 'X', para restituir o Resto)

$\delta(q9,X)=(q10,0,L)$

Em **q10**, lendo 'X', escreve '0', vai para q11 e move para a direita. (Substitui 'X' por '0', vai procurar por 'Y')

$\delta(q10,X)=(q11,0,R)$

Lendo '\$', vai para q12 e move para a direita. (Já trocou todos os 'X' e os 'Y' necessários para restaurar o Resto. Começa a apagar o denominador).

$\delta(q10,\$)=(q12,\$,R)$

Lendo '-', vai para q12 e move para a direita. (Já trocou todos os 'X' e os 'Y' necessários para restaurar o Resto. Começa a apagar o denominador).

$\delta(q10,-)=(q12,B,R)$

Em **q11**, lendo 'X' ou '0', move para a direita. (Procurando o numerador)

$\delta(q11,X)=(q11,X,R)$
 $\delta(q11,0)=(q11,0,R)$

Lendo '1', vai para q13 e move para a direita. (Começo do numerador)

$\delta(q11,1)=(q13,1,R)$

Em **q13**, lendo 'Y' ou '-', move para a direita.

$\delta(q13,Y)=(q13,Y,R)$
 $\delta(q13,-)=(q13,-,R)$

Lendo '0' ou '1', vai para q14 e move para a esquerda. (chegou ao final dos 'Y')

$\delta(q13,0)=(q14,0,L)$
 $\delta(q13,1)=(q14,1,L)$

Em **q14**, lendo 'Y', escreve '0', vai para q15 e move para a esquerda. (Substitui 'Y' por 0).

$\delta(q14,Y)=(q15,0,L)$

Em **q15**, lendo 'Y', '1', '0' ou '-', move para a esquerda.

$\delta(q15,Y)=(q15,Y,L)$
 $\delta(q15,1)=(q15,1,L)$
 $\delta(q15,0)=(q15,0,L)$
 $\delta(q15,-)=(q15,-,L)$

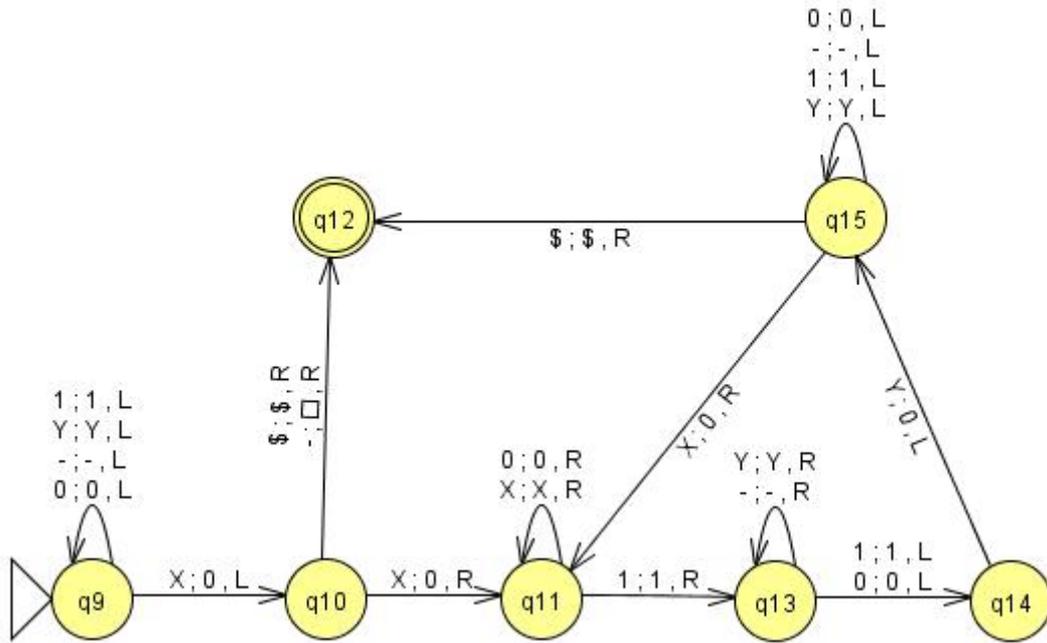
Lendo 'X', escreve '0', vai para q11 e move para a direita. (Substitui 'X' por 0, vai procurar por 'Y').

CT200 – Projeto - Máquinas de Turing

$$\delta(q_{15}, X) = (q_{11}, 0, R)$$

Lendo '\$', vai para q12 e move para a direita. (Já trocou todos os 'X' e os 'Y' necessários para restaurar o Resto. Começa a apagar o denominador).

$$\delta(q_{15}, \$) = (q_{12}, \$, R)$$



Função_6: Apaga o denominador e verifica se o quociente é zero

Em **q12**, lendo '0' ou '-', escreve 'B' e move para a direita. (Apaga o denominador)

$\delta(q12,0)=(q12,B,R)$

$\delta(q12,-)=(q12,B,R)$

Lendo '1', escreve 'B', vai para q16 e move para a direita. (Apaga o separador)

$\delta(q12,1)=(q16,B,R)$

Em **q16**, lendo 'Y', escreve 'B' e move para a direita. (Apaga os algarismos do numerador que deram divisão exata e, portanto, estão marcados como 'Y')

$\delta(q16,Y)=(q16,B,R)$

Lendo '-', move para a direita. (Não apaga o sinal '-')

$\delta(q16,-)=(q16,-,R)$

Lendo '0', vai para q18 e move para a esquerda. (Apagou todos os 'Y')

$\delta(q16,0)=(q18,0,R)$

Lendo '1', vai para q19 e move para a esquerda. (Apagou todos os 'Y', mas a divisão deu exata, é preciso colocar o símbolo de zero)

$\delta(q16,1)=(q19,1,L)$

Em **q19**, lendo 'B', escreve zero, vai para q40 e move para a esquerda. (escreve o símbolo para resto zero)

$\delta(q19,B)=(q40,@,L)$

Em **q40**, lendo 'B', move para a esquerda. (Procura pelo sinal do Resto)

$\delta(q40,B)=(q40,B,L)$

Lendo, '-', escreve 'B', vai para q41 e move para a direita. (Apaga o sinal do Resto - que é zero)

$\delta(q40,-)=(q41,B,R)$

Lendo '\$', vai para q41 e move para a direita. (Não encontrou sinal, volta)

$\delta(q40,\$)=(q41,\$,R)$

Em **q41**, lendo 'B', move para a direita. (Já apagou sinal do resto, ou já era positivo)

$\delta(q41,B)=(q41,B,R)$

Lendo '0' ou '@', vai para q18 e move para a direita.

$\delta(q41,0)=(q18,0,R)$

$\delta(q41,@)=(q18,@,R)$

Lendo '1', vai para q20 e move para a direita.

$\delta(q41,1)=(q20,1,R)$

Em **q18**, lendo '0', move para a direita. (Procurando o quociente para ver se é zero, mas ainda está lendo o resto)

$\delta(q18,0)=(q18,0,R)$

CT200 – Projeto - Máquinas de Turing

Lendo '1', vai para q20 e move para a direita. (Achou o separador, vai começar a ler o quociente)

$$\delta(q_{18}, 1) = (q_{20}, 1, R)$$

Em q20, lendo '0', vai para q21 e move para a esquerda. (quociente não é zero)

$$\delta(q_{20}, 0) = (q_{21}, 0, L)$$

Lendo 'B', escreve '@', vai para q39 e move para a esquerda. (quociente é zero, não pode ser negativo)

$$\delta(q_{20}, B) = (q_{39}, @, L)$$

Lendo '-', move para a direita.

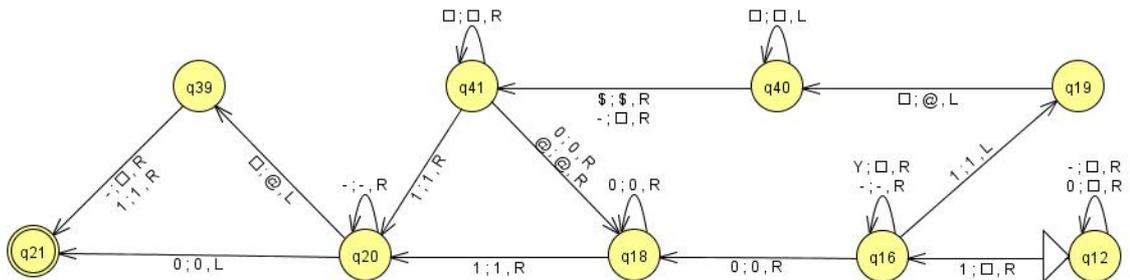
$$\delta(q_{20}, -) = (q_{20}, -, R)$$

Em q39, lendo '-', escreve 'B', vai para q21 e move para a direita.

$$\delta(q_{39}, -) = (q_{21}, B, R)$$

Lendo '1', vai para q21 e move para a direita.

$$\delta(q_{39}, 1) = (q_{21}, 1, R)$$



Função_7: Trata a Divisão por zero

Em **q22**, lendo '1', escreve 'B', vai para q23 e move para a direita.

$$\delta(q22,1)=(q23, B,R)$$

Em **q23**, lendo '0', '-' ou '@', move para a direita. (lendo o numerador)

$$\delta(q23,0)=(q23, 0,R)$$

$$\delta(q23,-)=(q23, -,R)$$

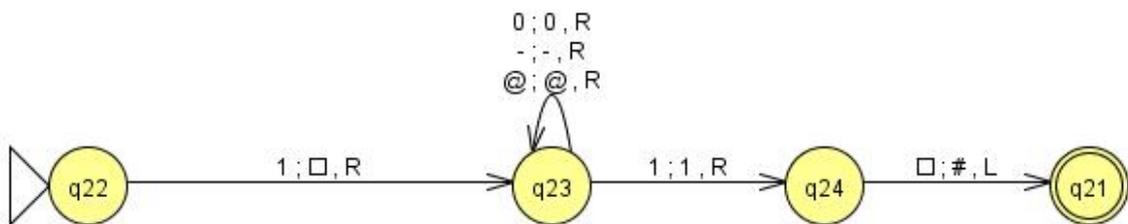
$$\delta(q23,@)=(q23, @,R)$$

Lendo '1', vai para q24 e move para a direita. (encontrou o final da cadeia)

$$\delta(q23,1)=(q24,1,R)$$

Em **q24**, lendo 'B', escreve '#', vai para q21 e move para a esquerda. (Escreve símbolo de divisão por zero no lugar do quociente)

$$\delta(q24,B)=(q21,#,L)$$



Função_8: Acrescenta '\$' ao final e Desloca à Esquerda

Em **q21**, lendo '0', '1', '@', '#' ou '-', move para a direita. (Procura fim da cadeia)

$$\begin{aligned}\delta(q_{21},0) &= (q_{21},0,R) \\ \delta(q_{21},1) &= (q_{21},1,R) \\ \delta(q_{21},@) &= (q_{21},@,R) \\ \delta(q_{21},\#) &= (q_{21},\#,R) \\ \delta(q_{21},-) &= (q_{21},-,R)\end{aligned}$$

Lendo 'B', escreve '\$' vai para q25 e move para a esquerda. (Delimita o final da cadeia)

$$\delta(q_{21},B) = (q_{25},$,L)$$

Lendo '\$', vai para q25 e move para a esquerda. (Final da cadeia já foi delimitado antes, com numerador zero)

$$\delta(q_{21},\$) = (q_{25},$,L)$$

Em **q25**, lendo '0', '1', '@', '#', ou '-', move para a esquerda. (Procura início da cadeia)

$$\begin{aligned}\delta(q_{25},0) &= (q_{25},0,L) \\ \delta(q_{25},1) &= (q_{25},1,L) \\ \delta(q_{25},@) &= (q_{25},@,L) \\ \delta(q_{25},\#) &= (q_{25},\#,L) \\ \delta(q_{25},-) &= (q_{25},-,L) \\ \delta(q_{25},B) &= (q_{25},B,L)\end{aligned}$$

Lendo '\$', vai para q26 e move para a direita. (Encontrou o início da cadeia)

$$\delta(q_{25},\$) = (q_{26},$,R)$$

Em **q26**, lendo 'd', escreve 'B', vai para [q17,d] e move para a esquerda, onde $d = \{0,1,@,\#\}$

$$\begin{aligned}\delta(q_{26},0) &= ([q_{17},0],B,L) \\ \delta(q_{26},1) &= ([q_{17},1],B,L) \\ \delta(q_{26},@) &= ([q_{17},@],B,L) \\ \delta(q_{26},\#) &= ([q_{17},\#],B,L) \\ \delta(q_{26},-) &= ([q_{17},-],B,L)\end{aligned}$$

Lendo 'B', move para a direita.

$$\delta(q_{26},B) = ([q_{26},B],R)$$

Em **[q17,d]**, lendo 'B', move para a esquerda (procura início da cadeia)

$$\begin{aligned}\delta([q_{17},0],B) &= ([q_{17},0],B,L) \\ \delta([q_{17},1],B) &= ([q_{17},1],B,L) \\ \delta([q_{17},@],B) &= ([q_{17},@],B,L) \\ \delta([q_{17},\#],B) &= ([q_{17},\#],B,L) \\ \delta([q_{17},-],B) &= ([q_{17},-],B,L)\end{aligned}$$

Lendo '0', '1', '\$', '#', '@', '\$' ou '-', vai para [q27,d] e move para a direita. (encontrou o início da cadeia, tem que escrever ao lado)

$$\begin{aligned}\delta([q_{17},0],0) &= ([q_{27},0],0,R) \\ \delta([q_{17},0],1) &= ([q_{27},0],1,R) \\ \delta([q_{17},0],@) &= ([q_{27},0],@,R) \\ \delta([q_{17},0],\#) &= ([q_{27},0],\#,R)\end{aligned}$$

$\delta([q_{17},0],\$)=([q_{27},0],\$,R)$
 $\delta([q_{17},0],-)=([q_{27},0],-,R)$
 $\delta([q_{17},1],0)=([q_{27},1],0,R)$
 $\delta([q_{17},1],1)=([q_{27},1],1,R)$
 $\delta([q_{17},1],@)=([q_{27},1],@,R)$
 $\delta([q_{17},1],\#)=([q_{27},1],\#,R)$
 $\delta([q_{17},1],\$)=([q_{27},1],\$,R)$
 $\delta([q_{17},1],-)=([q_{27},1],-,R)$
 $\delta([q_{17},@],0)=([q_{27},@],0,R)$
 $\delta([q_{17},@],1)=([q_{27},@],1,R)$
 $\delta([q_{17},@],@)=([q_{27},@],@,R)$
 $\delta([q_{17},@],\#)=([q_{27},@],\#,R)$
 $\delta([q_{17},@],\$)=([q_{27},@],\$,R)$
 $\delta([q_{17},@],-)=([q_{27},@],-,R)$
 $\delta([q_{17},\#],0)=([q_{27},\#],0,R)$
 $\delta([q_{17},\#],1)=([q_{27},\#],1,R)$
 $\delta([q_{17},\#],@)=([q_{27},\#],@,R)$
 $\delta([q_{17},\#],\#)=([q_{27},\#],\#,R)$
 $\delta([q_{17},\#],\$)=([q_{27},\#],\$,R)$
 $\delta([q_{17},\#],-)=([q_{27},\#],-,R)$
 $\delta([q_{17},-],1)=([q_{27},-],1,R)$
 $\delta([q_{17},-],\$)=([q_{27},-],\$,R)$

obs: o sinal '-' só aceita vir logo depois do '\$'
ou do '1'.

Em **[q27,d]**, lendo 'B', escreve 'd', vai para q28 e move para a direita. (escreve o símbolo a ser movido)

$\delta([q_{27},0],B)=(q_{28},0,R)$
 $\delta([q_{27},1],B)=(q_{28},1,R)$
 $\delta([q_{27},@],B)=(q_{28},@,R)$
 $\delta([q_{27},\#],B)=(q_{28},\#,R)$
 $\delta([q_{27},-],B)=(q_{28},-,R)$

Em **q28**, lendo 'B', move para a direita. (Procura o próximo símbolo)

$\delta(q_{28},B)=(q_{28},B,R)$

Lendo 'd', escreve 'B', vai para [q17,d] e move para a esquerda. (Lê e apaga o símbolo a ser movido)

$\delta(q_{28},0)=([q_{17},0],B,L)$
 $\delta(q_{28},1)=([q_{17},1],B,L)$
 $\delta(q_{28},@)=([q_{17},@],B,L)$
 $\delta(q_{28},\#)=([q_{17},\#],B,L)$
 $\delta(q_{28},-)=([q_{17},-],B,L)$

Lendo '\$', escreve 'B', vai para q29 e move para a esquerda. (encontrou o último símbolo)

$\delta(q_{28},\$)=(q_{29},B,L)$

Em **q29**, lendo 'B', move para a esquerda. (Procurando o início dos dados)

$\delta(q_{29},B)=(q_{29},B,L)$

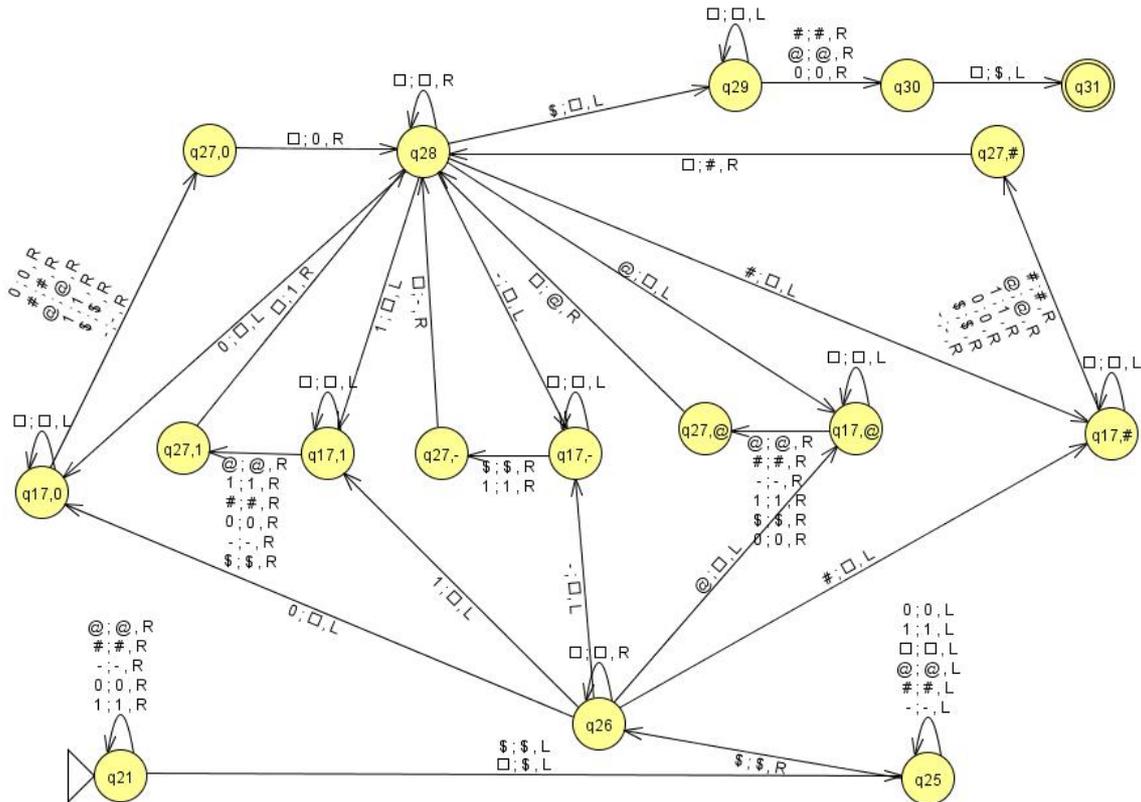
Lendo 'd', vai para q30 e move para a direita. (encontrou o último símbolo já movido)

CT200 – Projeto - Máquinas de Turing

$\delta(q_{29}, 0) = (q_{30}, 0, R)$
 $\delta(q_{29}, 1) = (q_{30}, 1, R) \Rightarrow$ apagar
 $\delta(q_{29}, @) = (q_{30}, @, R)$
 $\delta(q_{29}, \#) = (q_{30}, \#, R)$

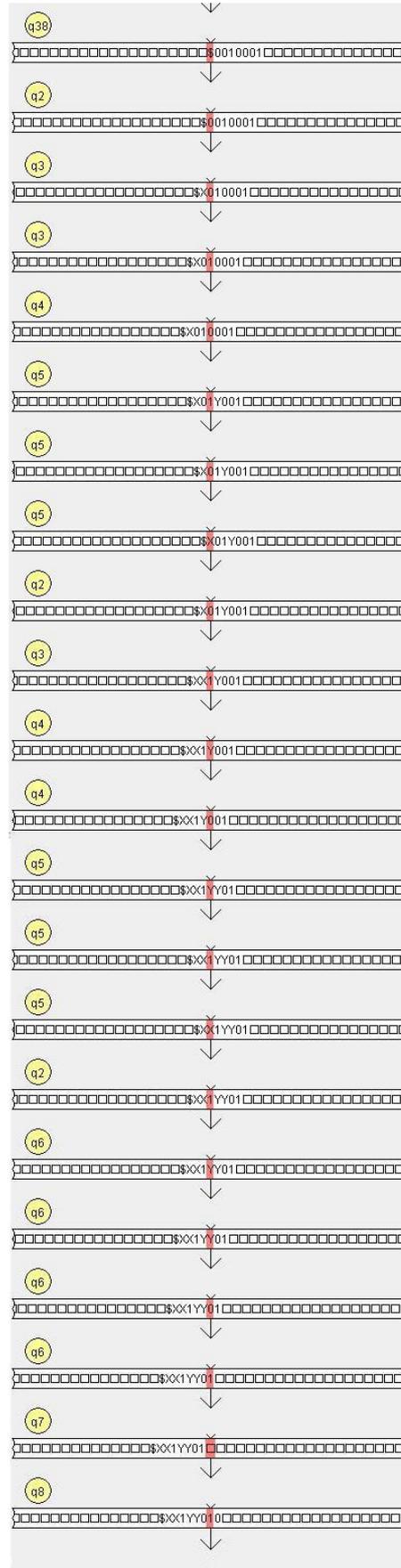
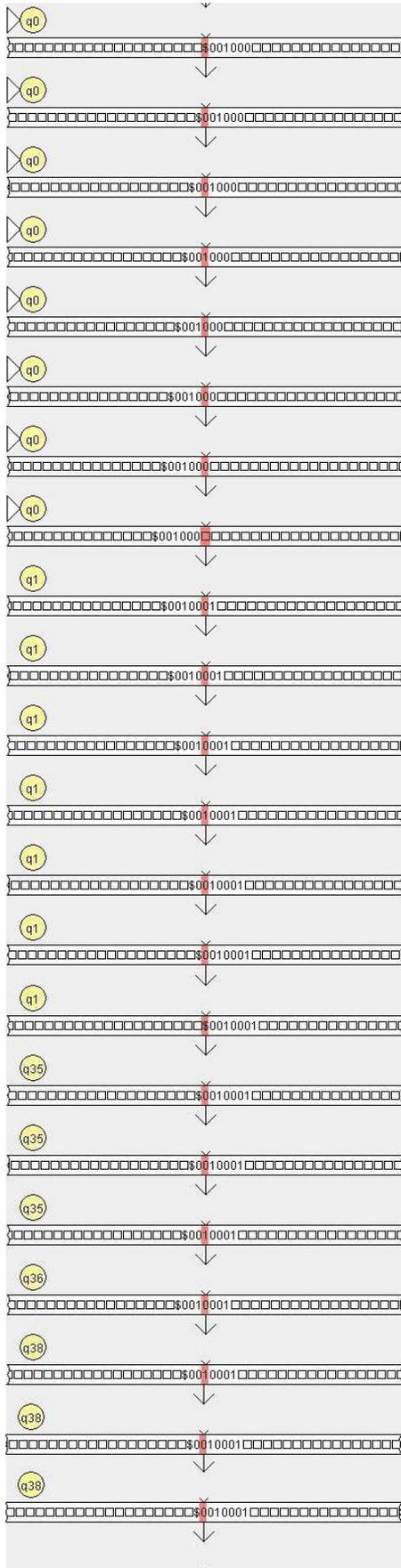
Em **q30**, lendo 'B' escreve '\$', vai para estado final q31 e move para a esquerda.

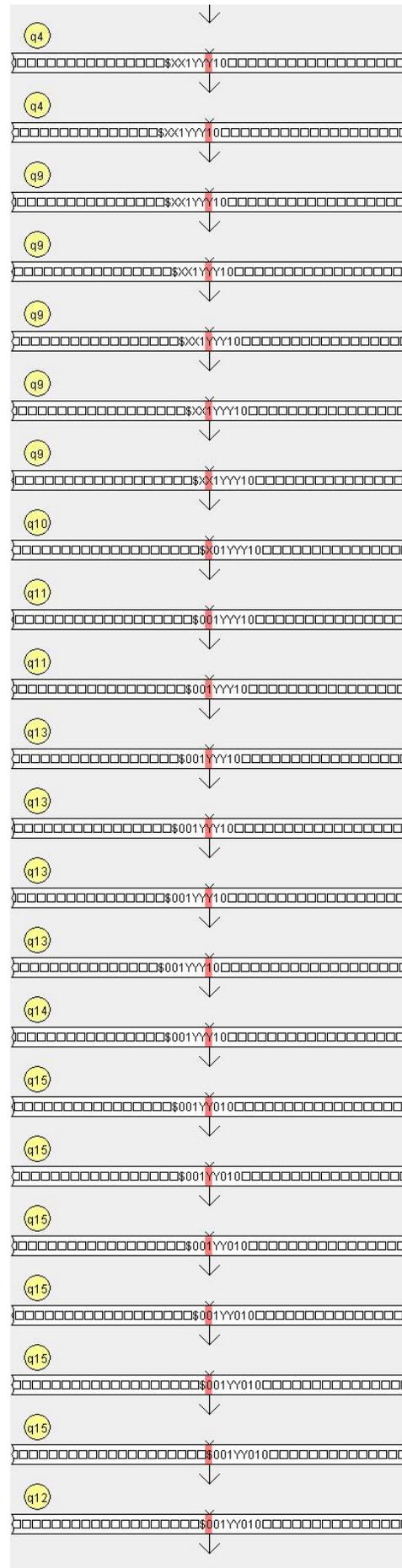
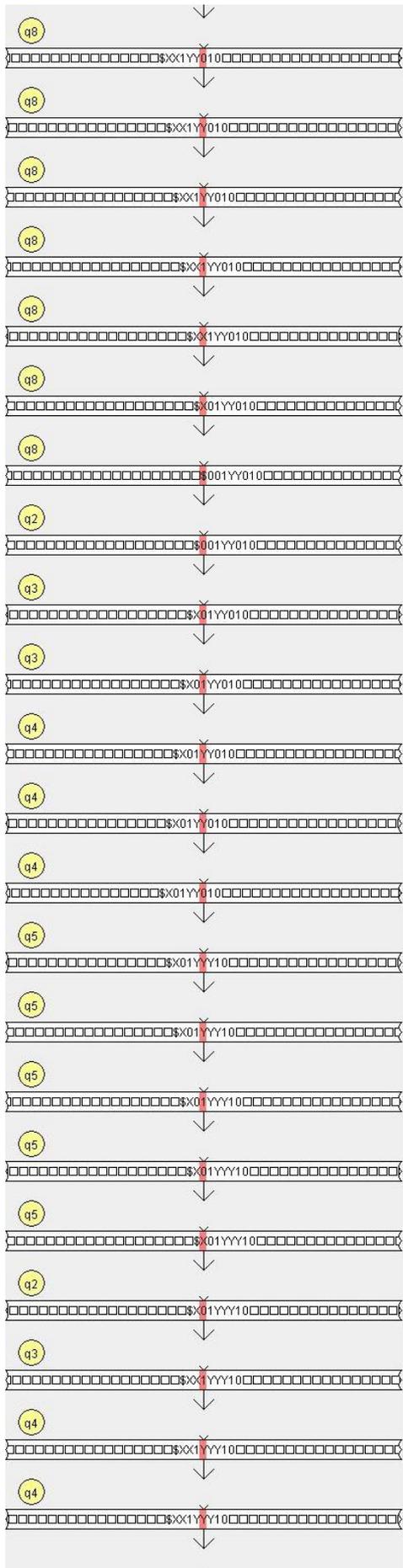
$\delta(q_{30}, B) = (q_{31}, \$, L)$

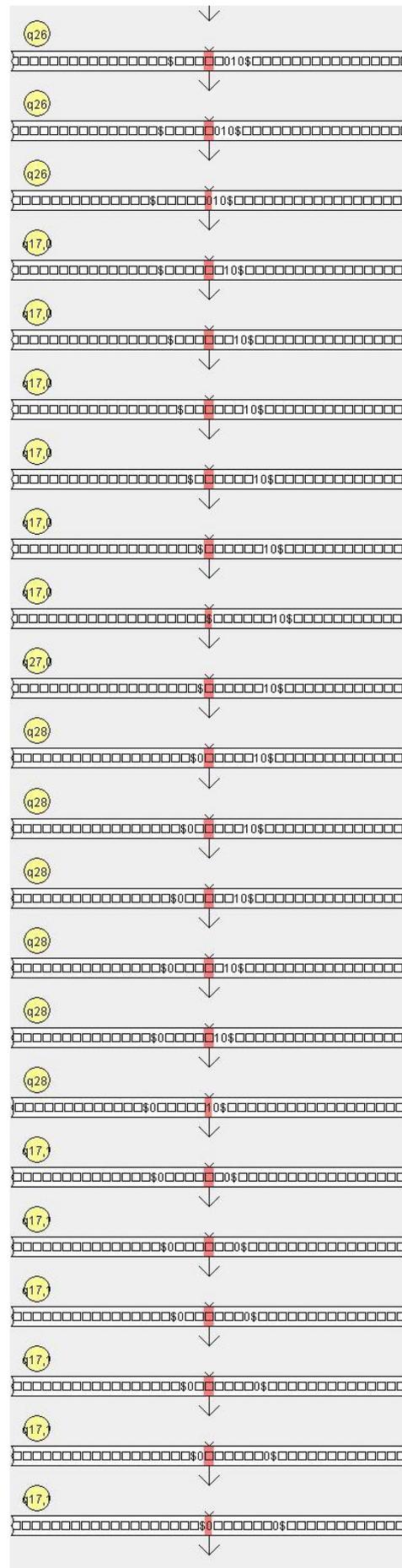
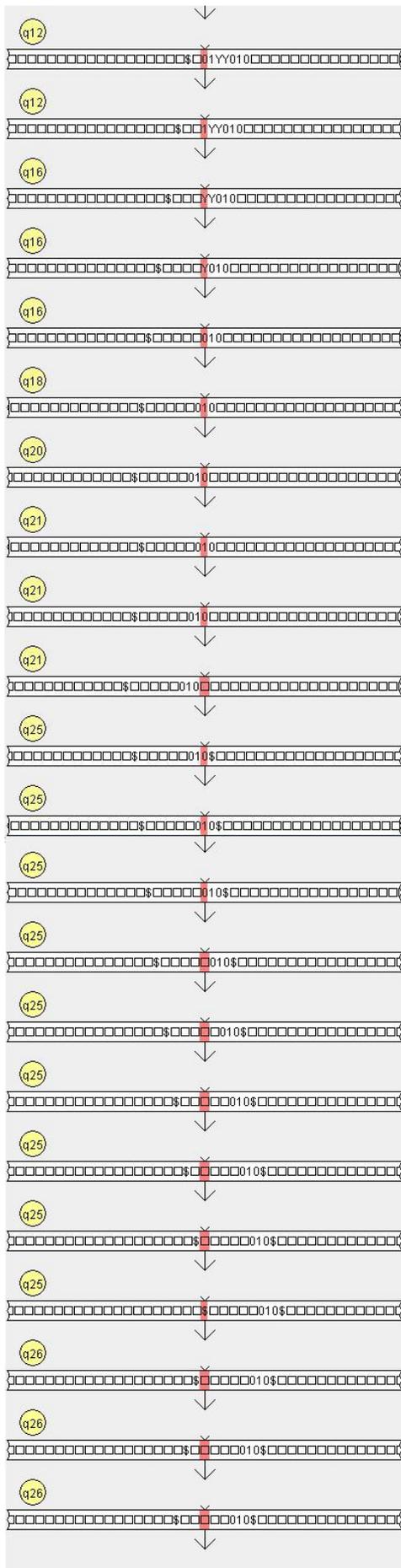


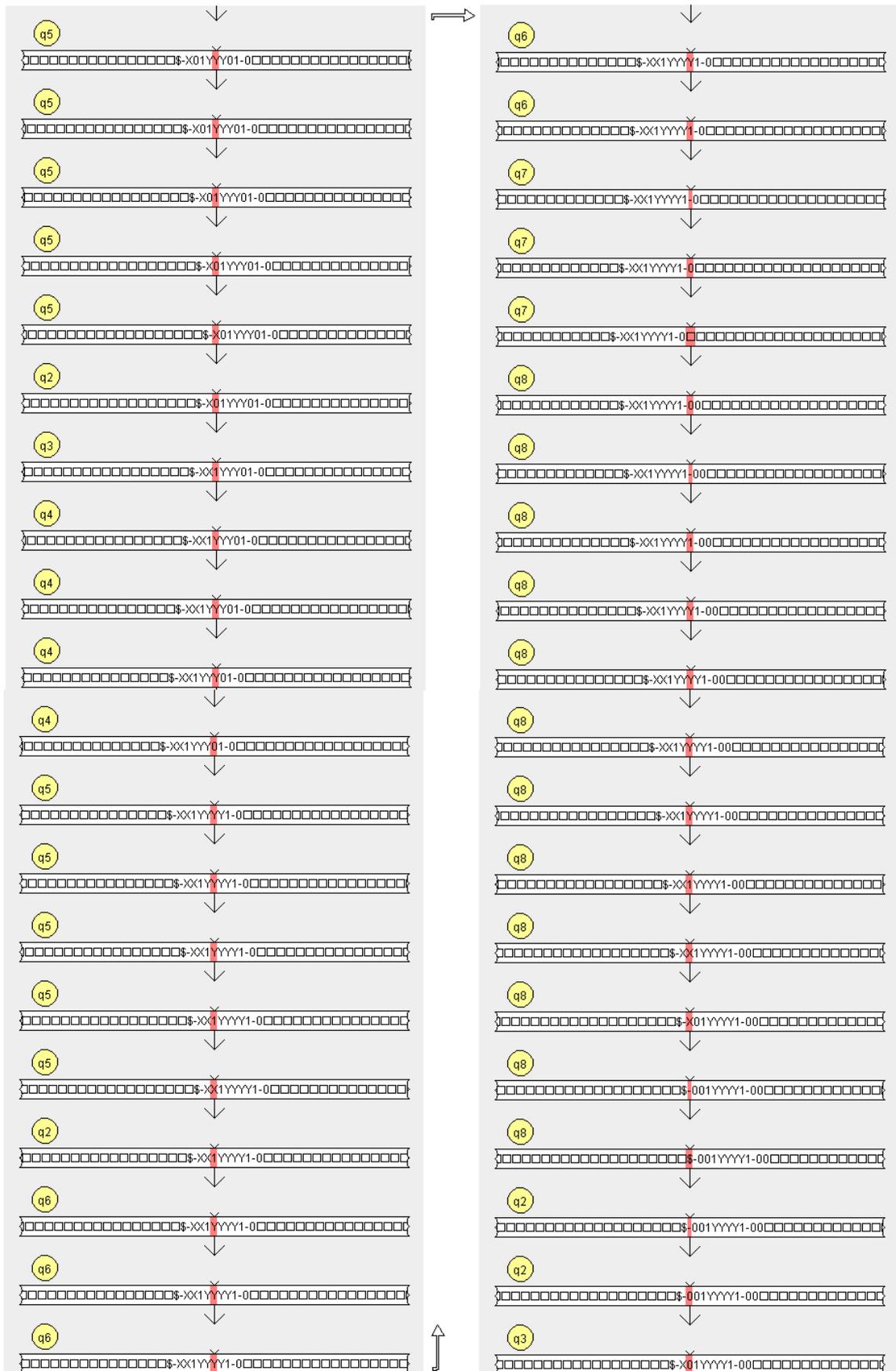
7. Execução Passo-a-passo

7.1. 3/2

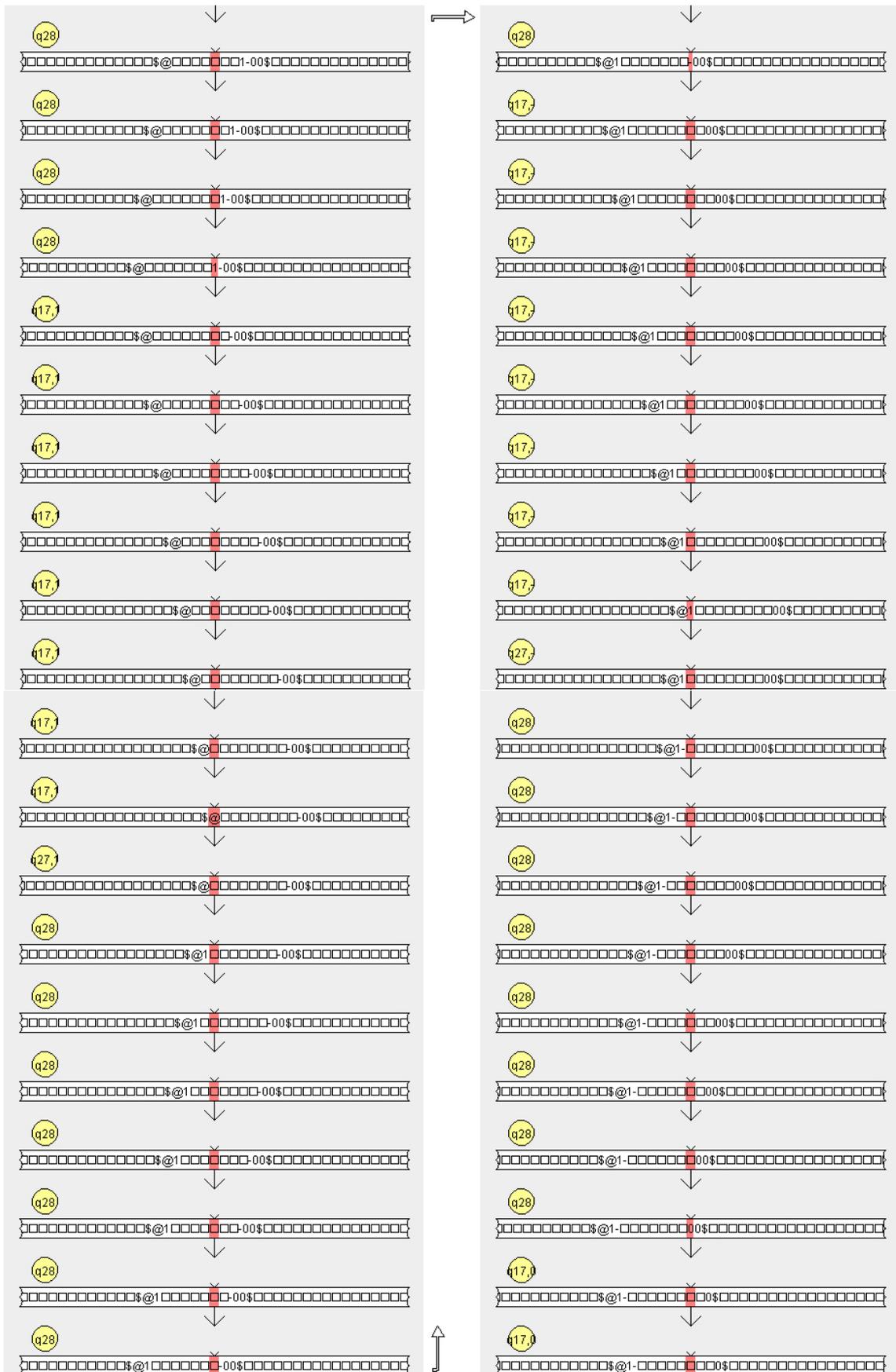


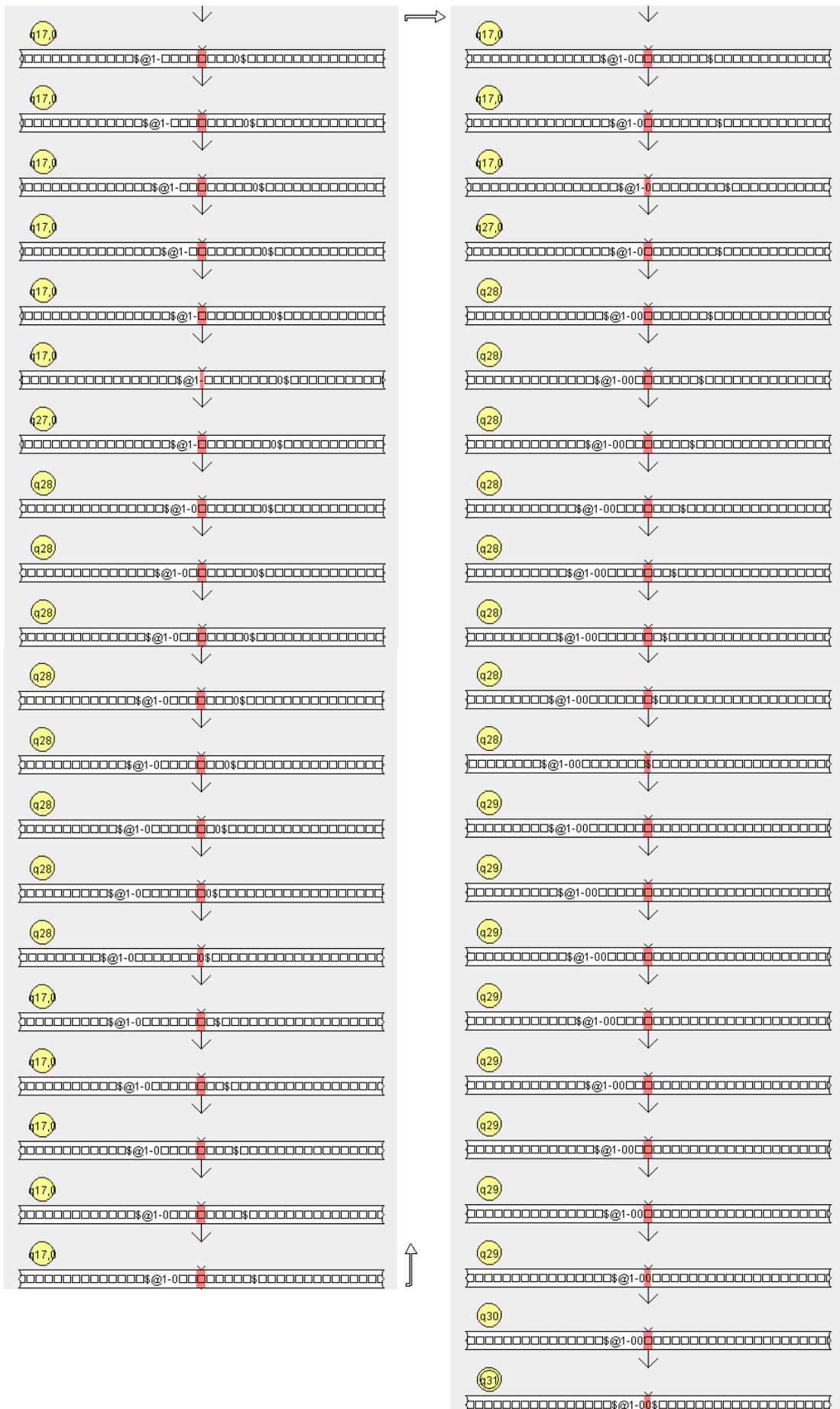






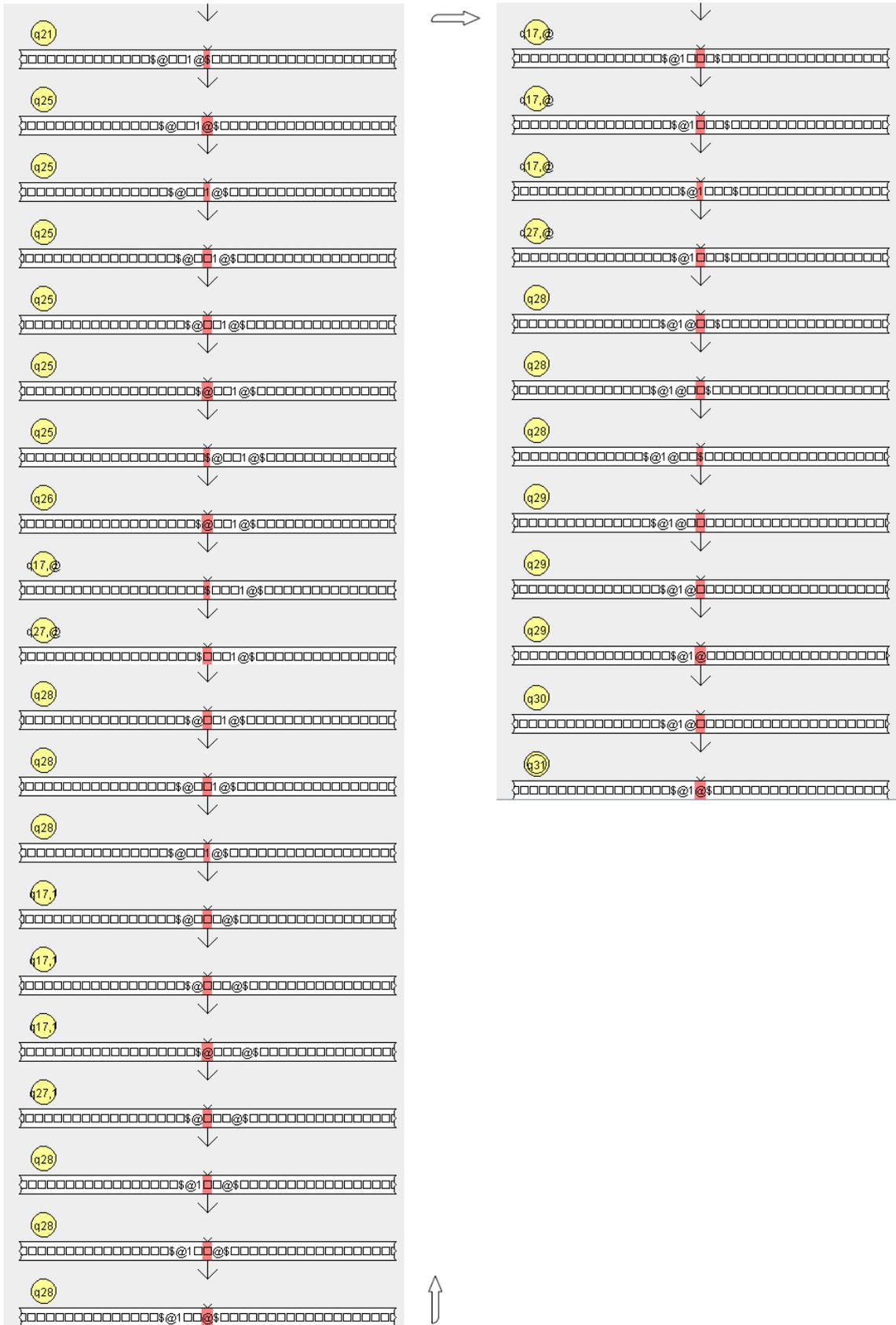




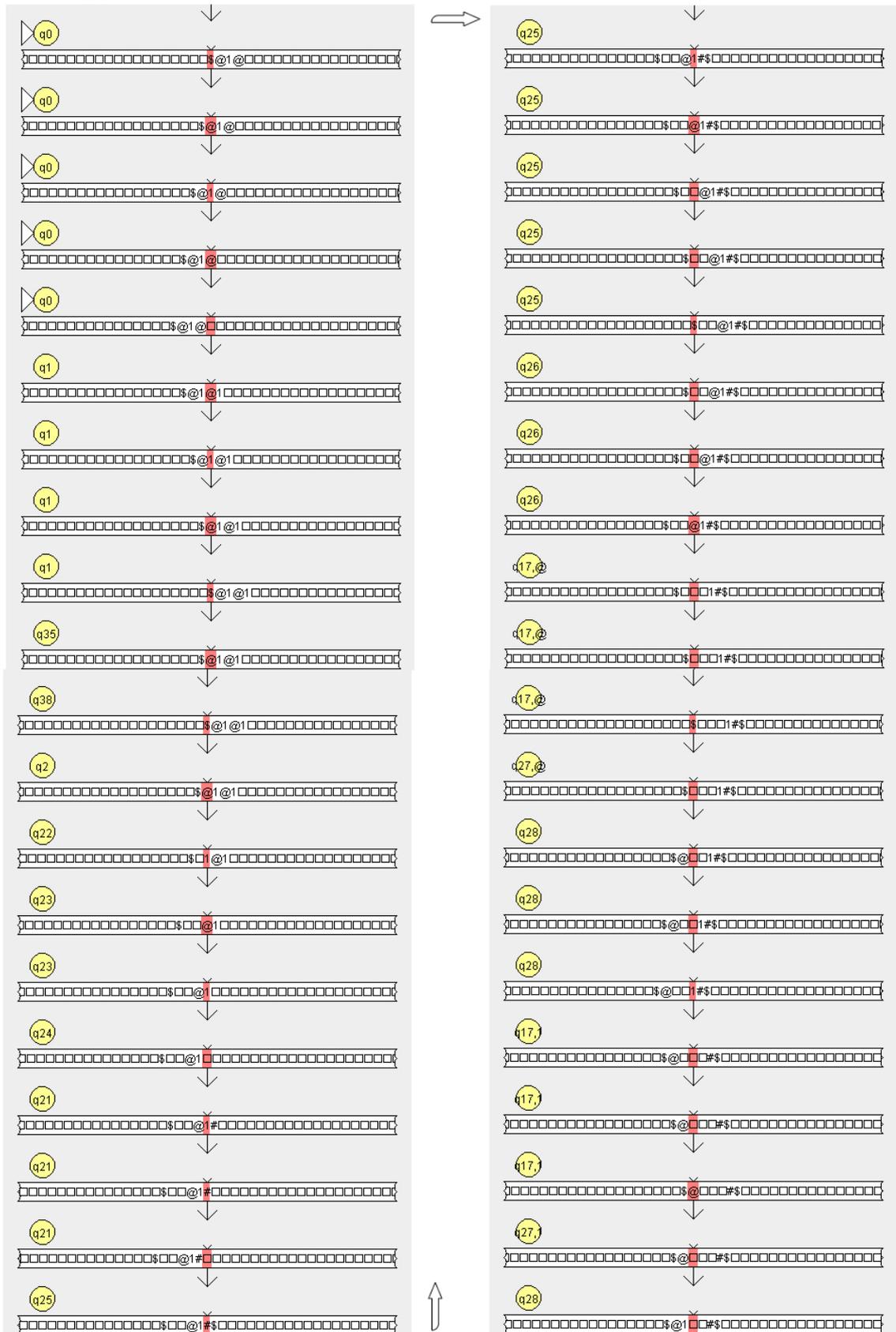


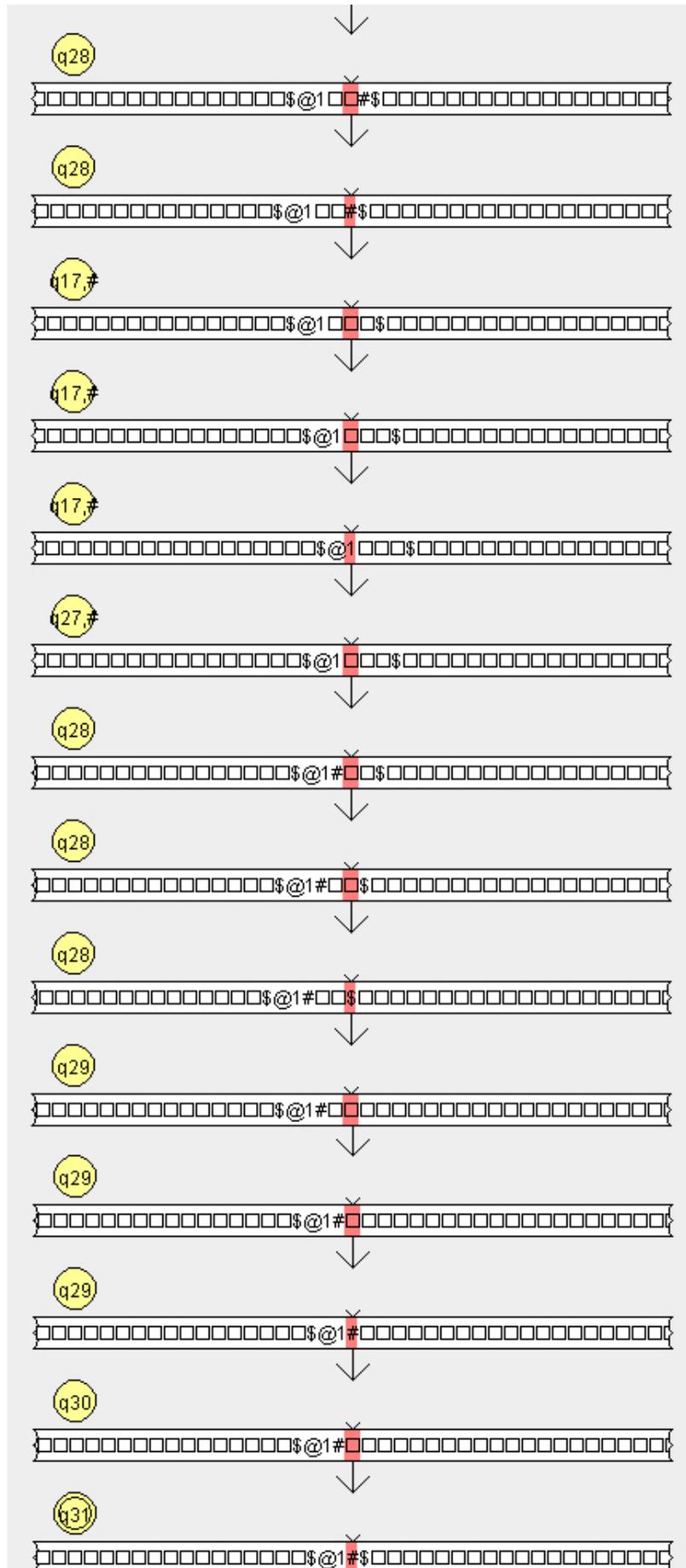
7.3. 0/3



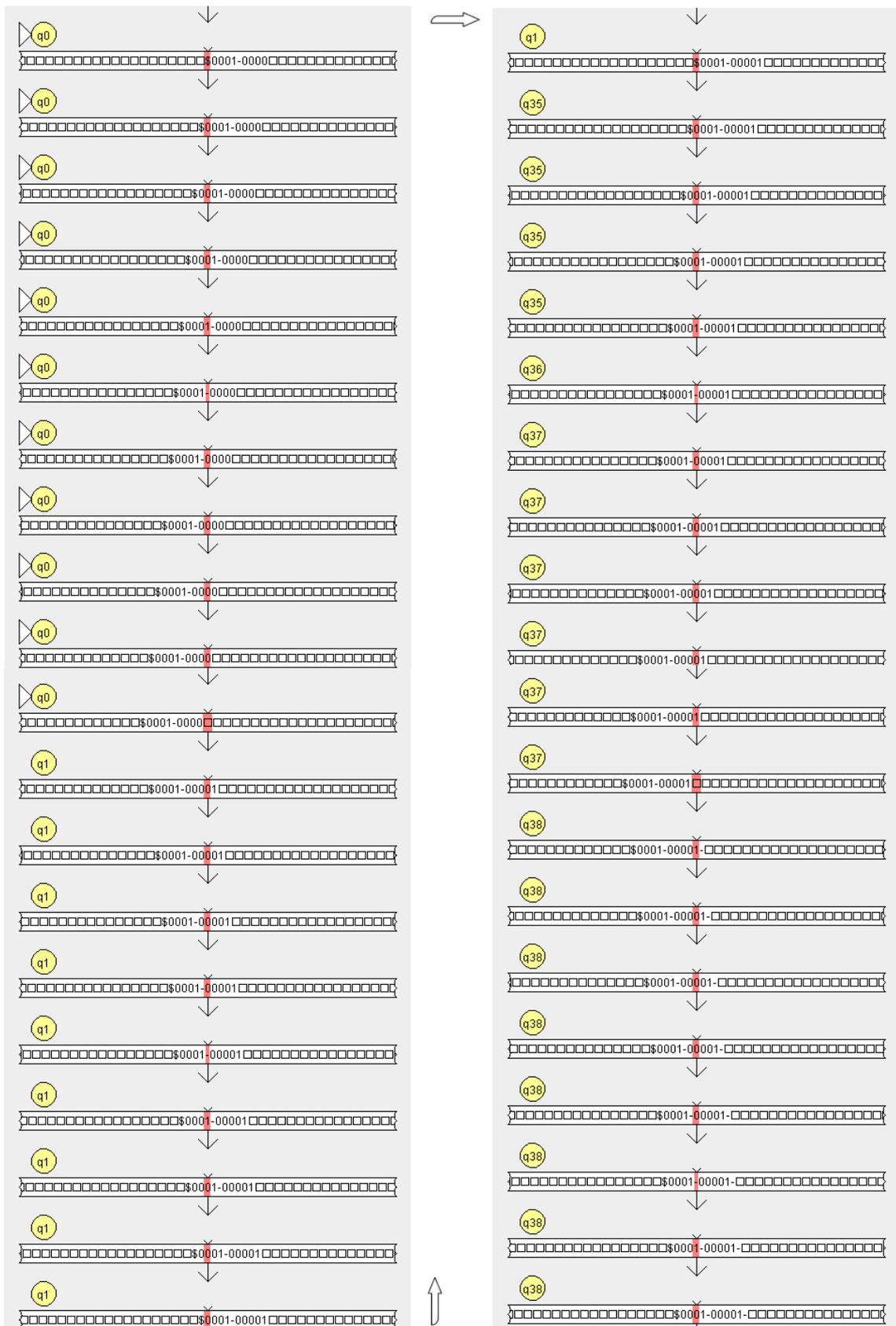


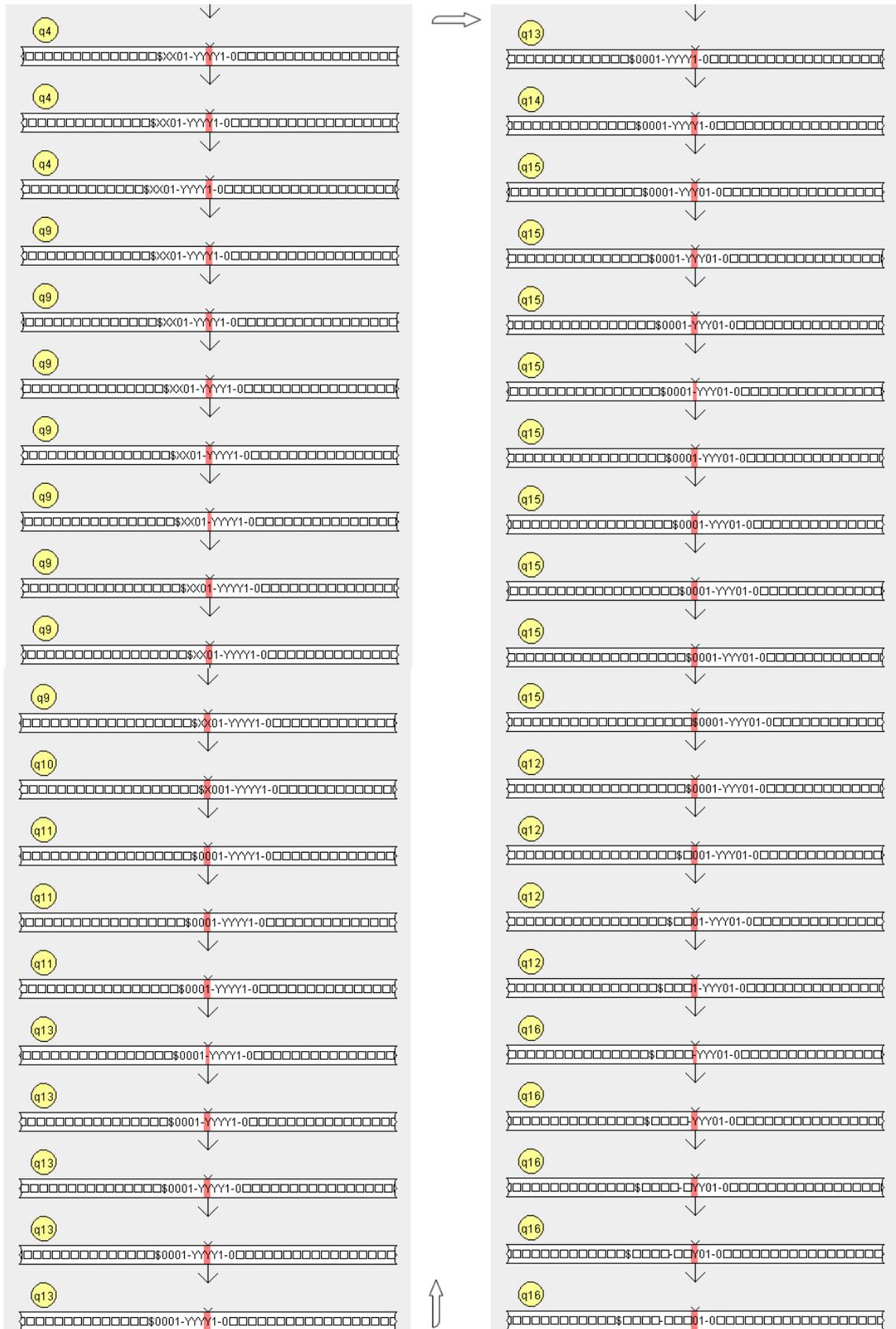
7.4. 0/0

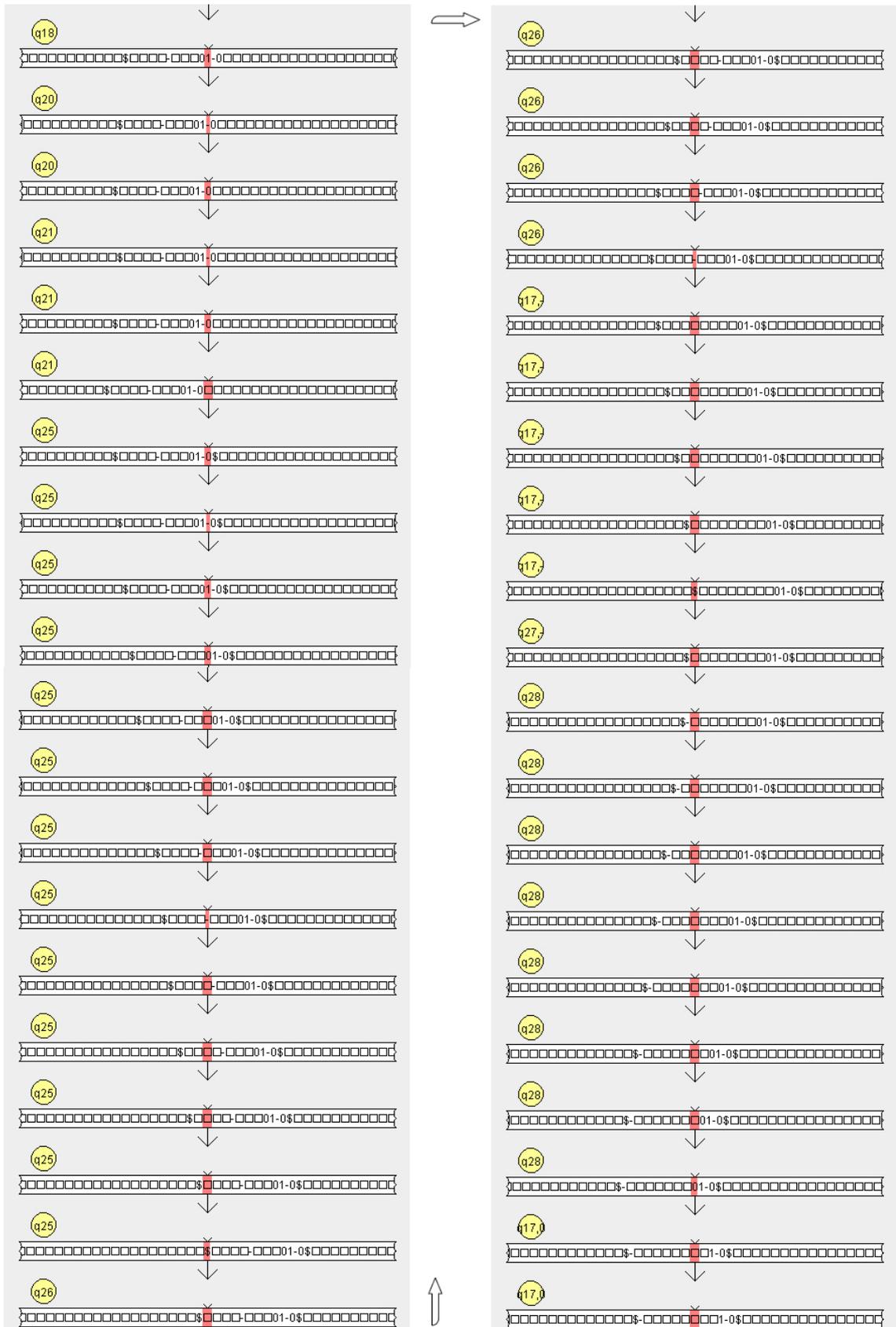


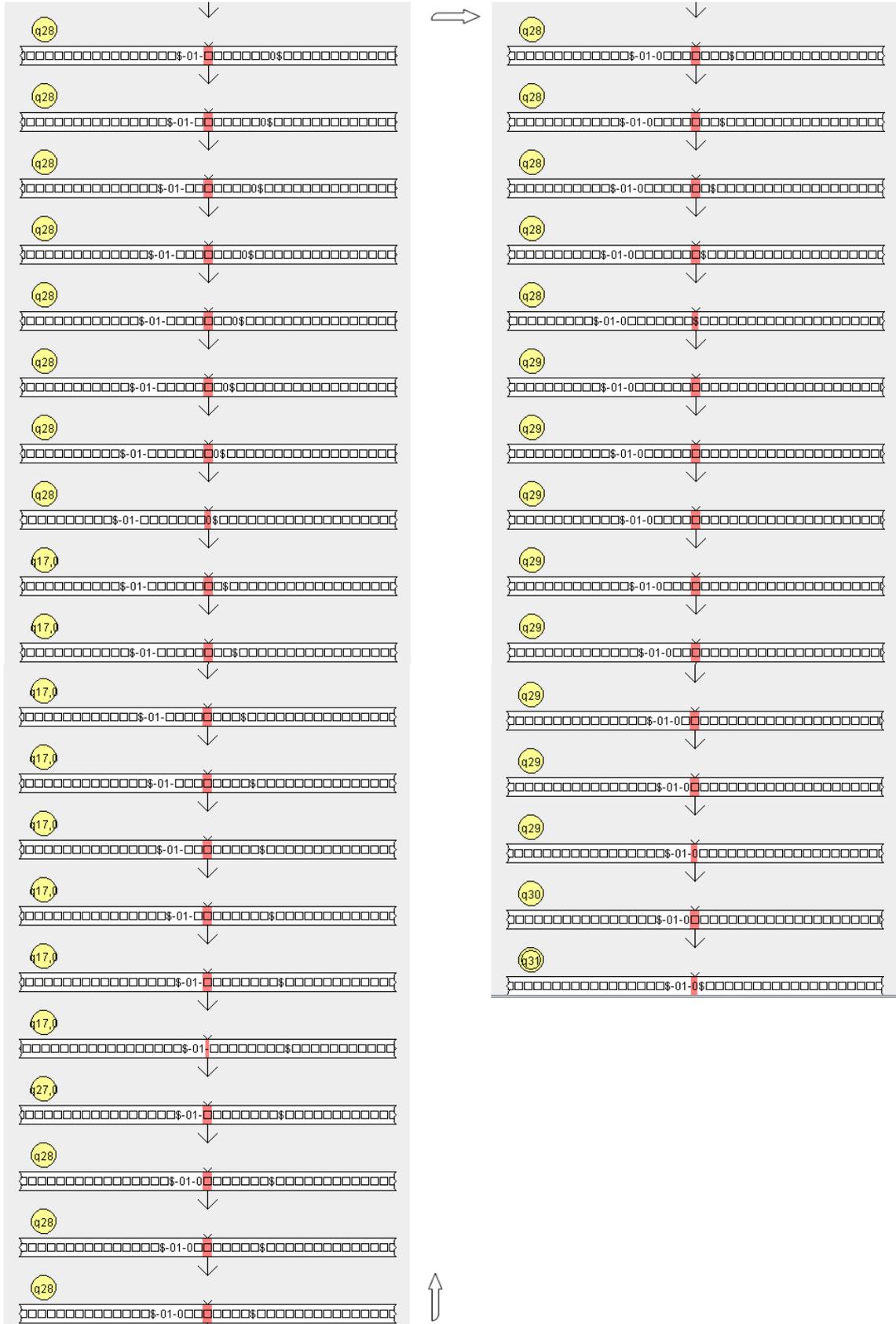


7.5. -4/3

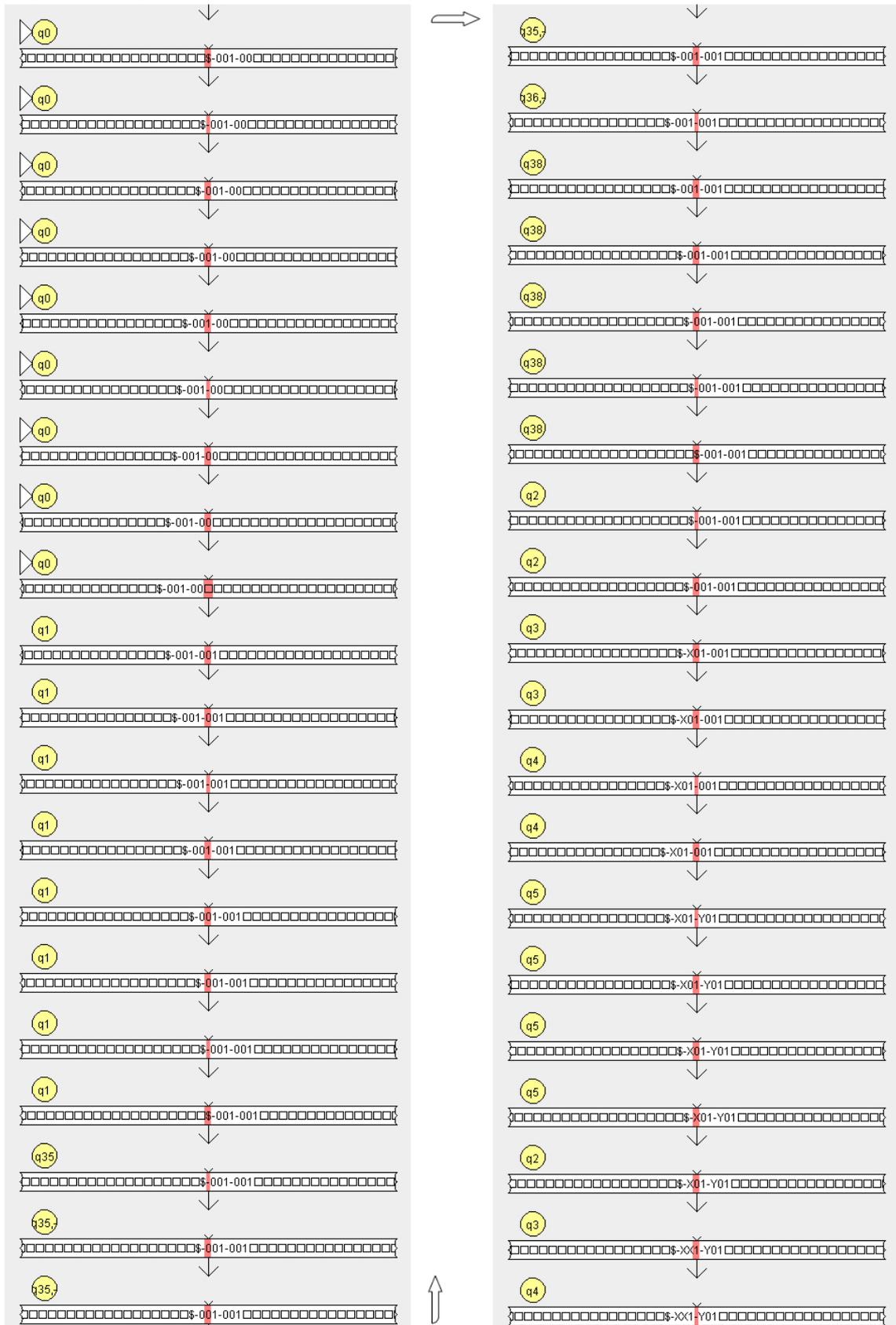


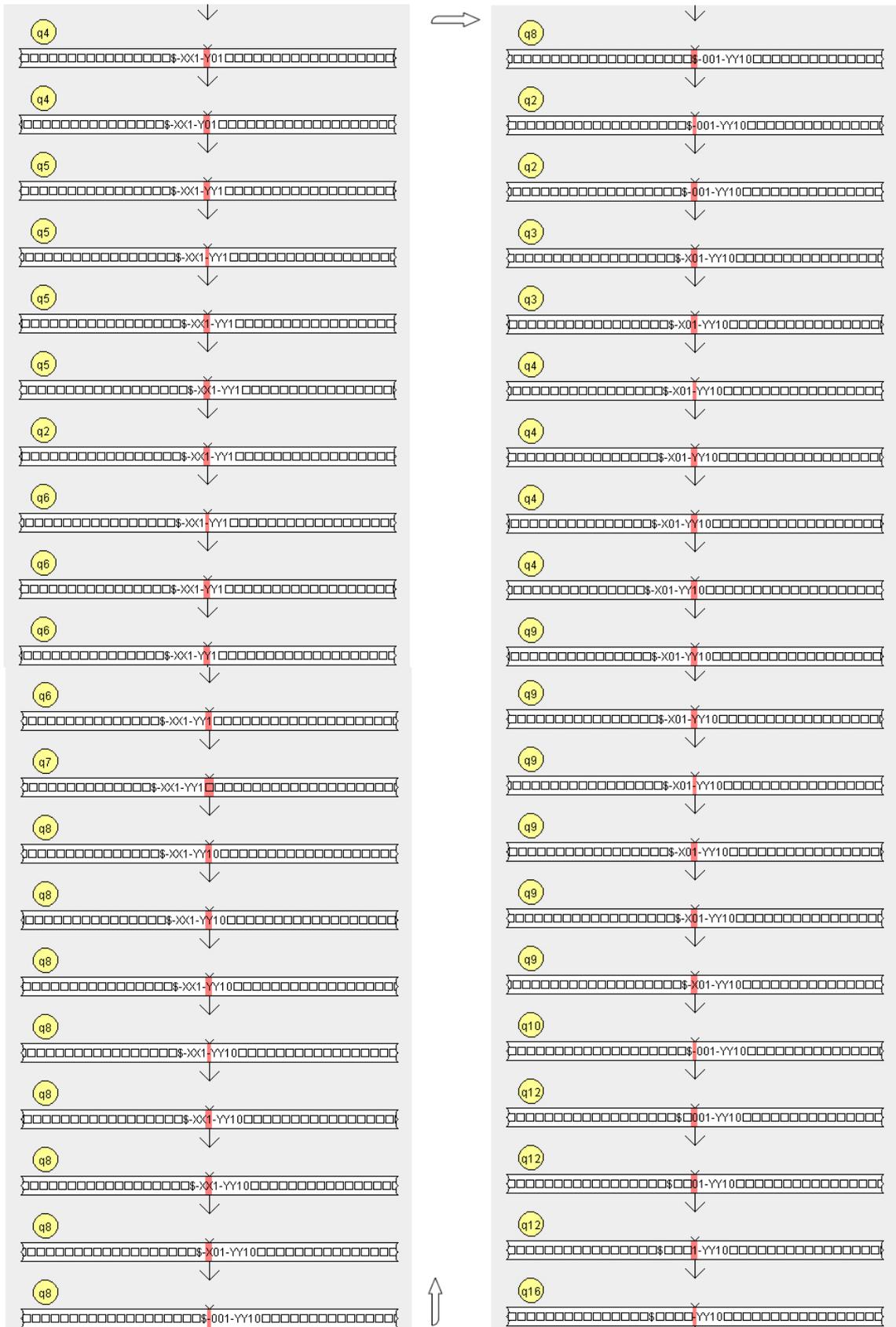


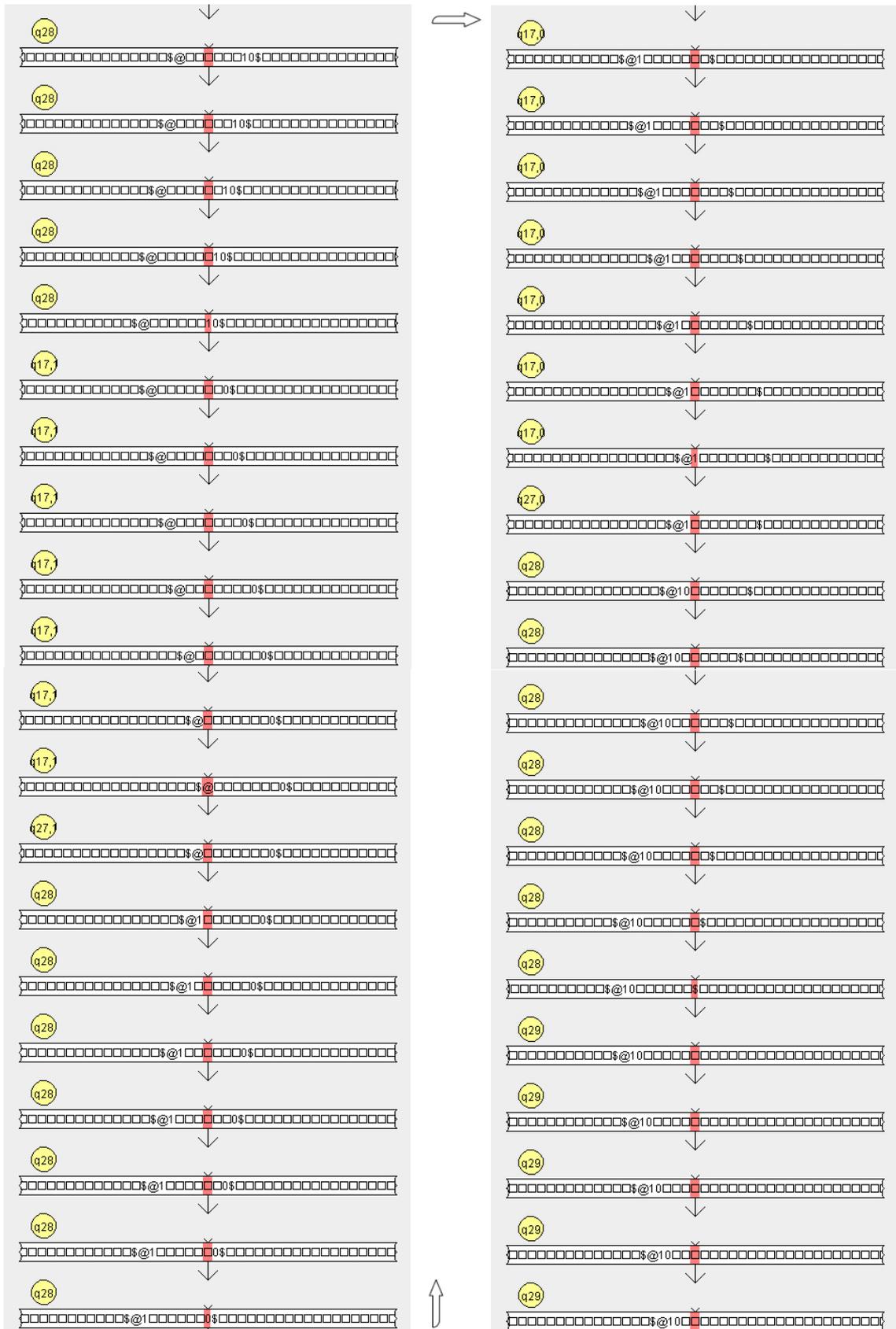


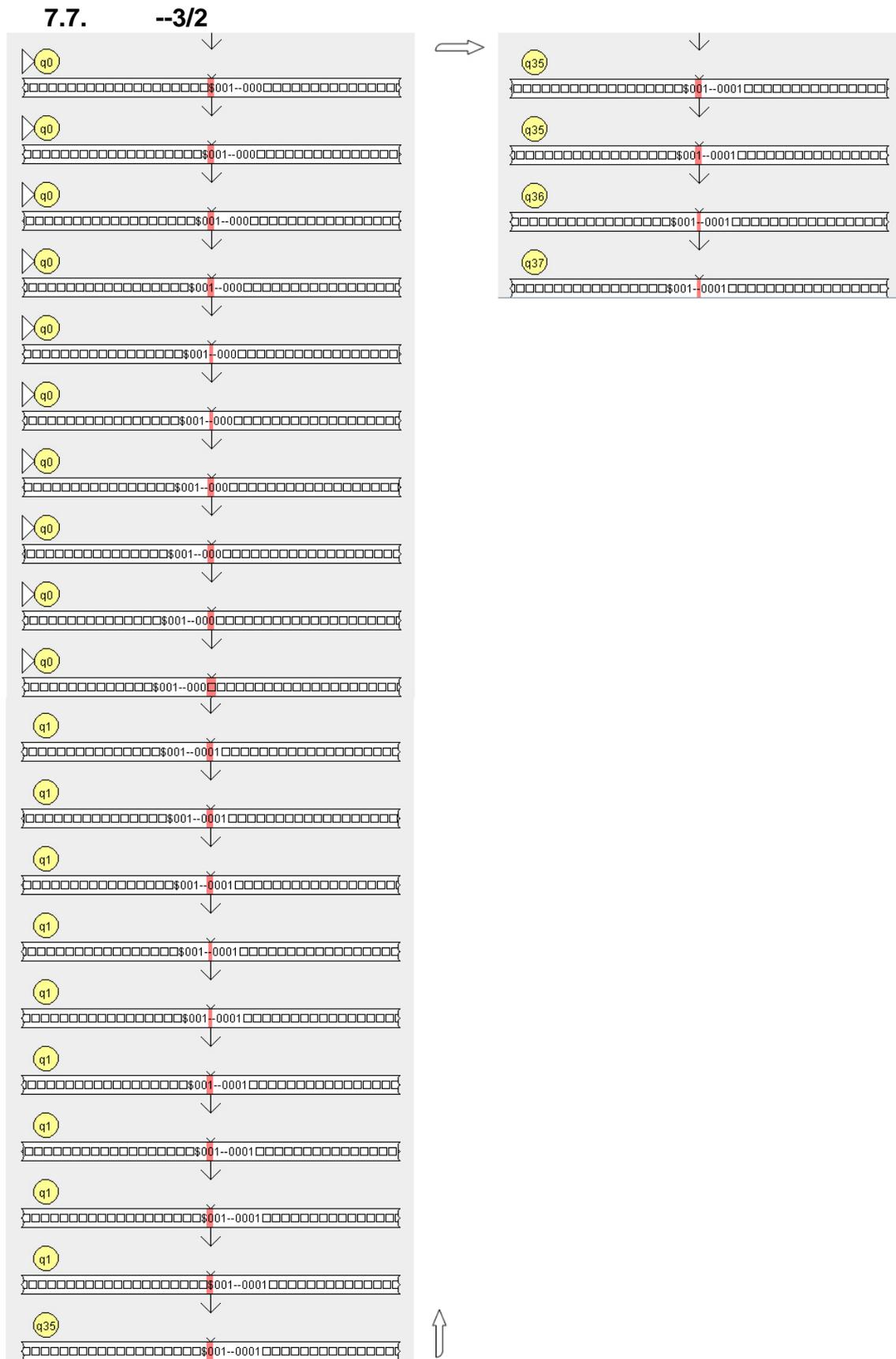


7.6. -2/-2









Exemplo com travamento! A entrada está fora da especificação, a máquina rejeita a entrada.

8. Outros Resultados

Entrada	Resultado	Resto	Quociente	Cadeia Saída
3/0	Aceito	3	#	\$001#\$
3/2	Aceito	1	1	\$010\$
4/3	Aceito	1	1	\$010\$
3/3	Aceito	0	1	\$@10\$
6/3	Aceito	0	2	\$@100\$
4/2	Aceito	0	2	\$@100\$
10/2	Aceito	0	5	\$@100000
5/0	Aceito	5	#	\$000001#\$
0/4	Aceito	0	0	\$@1@\$
3/4	Aceito	3	0	\$0001@\$
7/8	Aceito	7	0	\$00000001@\$
-2/-2	Aceito	0	1	\$@10\$
-7/0	Aceito	-7	#	\$-00000001#\$
7/0	Aceito	7	#	\$00000001#\$
-7/3	Aceito	-1	-2	\$-01-00\$
-2/3	Aceito	-2	0	\$-001@\$
-5/-3	Aceito	-2	1	\$-0010\$
2/-3	Aceito	2	0	\$001@\$
5/-3	Aceito	2	-1	\$001-0\$
-7/8	Aceito	-7	0	\$-00000001@\$
-4/7	Aceito	-4	0	\$-0001@\$
-5/6	Aceito	-5	0	\$-000001@\$
8/-5	Aceito	3	-1	\$0001-0\$
0/0	Aceito	0	#	\$@1#\$
-0/2	Rejeitado	-	-	Q37
2/-0	Rejeitado	-	-	Q35,-
-2/-0	Rejeitado	-	-	Q35,-
--3/2	Rejeitado	-	-	Q37
-3/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
3/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
--3/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
--4/2	Rejeitado	-	-	Q37
-4/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
--4/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
--5/2	Rejeitado	-	-	Q37
-5/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
5/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-
--5/--2	Rejeitado	-	-	Q35,-

Os resultados da tabela anterior foram obtidos através de entrada em Batch. Note-se que as entradas que foram rejeitadas possuem formato inválido, fora da especificação. Para esses valores, ao invés da cadeia de saída, foi representado na tabela o estado de travamento.

9. Conclusão

Através dos testes realizados, não foi identificado nenhum caso com comportamento incorreto, ou seja, que produzisse uma saída diferente da prevista, desde que com entradas válidas. Considerando entradas inválidas, a máquina projetada sempre rejeitou a cadeia, o que é um bom sinal, porém não se descarta a possibilidade de que haja alguma cadeia inválida e que seja aceita pela MT projetada. No item 8 verificou-se que esse travamento ocorre relativamente cedo dentro do processamento (na função_2), o que também é um bom sinal, pois evita um processamento desnecessário com uma cadeia de entrada inválida. Apesar disso, esse travamento poderia ocorrer ainda mais cedo, caso se adicionasse alguma complexidade à função_1.

Outra possível melhoria, esta de especificação, seria a inclusão do tratamento do sinal positivo '+'. Essa melhoria, entretanto, não daria à máquina maior poder computacional, isso é, o domínio dos problemas que ela é capaz de resolver não seria ampliado.

Uma limitação encontrada nesta implementação refere-se a uma limitação do JFlap. Com entradas que necessitem de mais de 64.000 iterações, ocorre um erro de falta de memória (*java.lang.OutOfMemoryError: Java heap space*). Por isso, a entrada 161/2 é aceita, porém a entrada 162/2 gera esse erro.

A alteração da representação unária suprimindo o símbolo especial '@' para o número zero e utilizando '0', para representar o número zero, '00' para representar o número um, e assim por diante, tornaria a máquina mais simples no sentido de que provavelmente a maioria dos casos envolvendo o símbolo zero pudessem se tornar casos gerais – entretanto o tratamento para retirar o sinal do zero continuaria a existir. Mantida a especificação, essa seria provavelmente a melhoria mais indicada, apesar de também não adicionar poder computacional.

Outras representações, como a binária, poderiam ser benéficas do ponto de vista de reduzir o tamanho da fita de utilizada. Porém, como foi dito, a limitação da implementação atual – atribuída ao JFlap – está relacionada com a quantidade de transições e não com o tamanho da cadeia. Sob esse aspecto, é difícil dizer se haveria ganho, pois não saberíamos estimar se o número de transições seria maior ou menor para se resolver um dado problema com essa nova representação.

Utilizando essa linha de raciocínio, uma forma de aumentar o poder prático dessa máquina seria alterar o algoritmo utilizado para o cálculo da divisão para um que se aproxime mais da forma que se faz essa conta manualmente. Isso provavelmente reduziria o número de transições necessárias para se chegar à solução. Note-se, entretanto, que tal solução muito provavelmente seria acompanhada da mudança da representação unária para binária ou decimal. Além disso, sua complexidade (número de estados e transições) seria provavelmente maior.

A forma de se utilizar os blocos no JFlap possui algumas características que impediram a implementação da conversão da função_9 como bloco. Isso se deve ao fato de que essa função tem vários estados finais possíveis, (repare que ele seus estados possuem transições para as funções_3, 4, 5 e 7), e de que a transição entre blocos não está associada a um estado e sim ao bloco todo. Por exemplo: ambos os estados q2 e q4 seriam estados finais nesta função_9. E cada um deles pode receber o símbolo '@'. No estado q2 este símbolo leva à uma transição para a função_7 e no estado q4 este símbolo leva à uma transição para a função_3. Porém, como a transição entre blocos não está ligada ao estado interno do bloco, seria criado um não-determinismo, com o símbolo '@' possuindo duas transições a partir da função_9. É possível que isso possa ser contornado utilizando-se outra filosofia para separar as funções, mas isso não foi conseguido pelo grupo.

Outra consideração a ser feita é quanto ao posicionamento da cabeça de leitura ao término da computação. O grupo considera a atual implementação consistente, pois ela sempre termina sobre o último símbolo da cadeia de saída anterior ao delimitador '\$'. Entretanto, a tela de resultados em batch do JFlap mostra na coluna *Output* apenas a parte da cadeia que está sob a cabeça de leitura e à sua direita. Por esse motivo, no item 8 não foi colocada a tela do JFlap, que teria a coluna *Output* com a saída "cortada". Uma forma de melhorar isso seria voltar a cabeça de leitura sempre para o início da fita.